

Hinweise zur sinnvollen Abschätzung der Durchbiegung von Stahlbetontragwerken

Ein Beitrag von Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert

1 Einleitung

Die Verformungen eines Tragwerks müssen so begrenzt werden, dass die geforderten Eigenschaften (ordnungsgemäße Funktion) und das Erscheinungsbild des Bauteils selbst oder evtl. angrenzender Bauteile (z. B. leichte Trennwände, Verglasungen, haustechnische Anlagen) nicht beeinträchtigt werden.

Der Nachweis der Bauteilverformungen kann grundsätzlich durch

- Einhaltung von Konstruktionsregeln (Begrenzung der Biegeschlankheit) sowie
- einen rechnerischen Nachweis der Verformungen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens und des zeitabhängigen Betonverhaltens (direkter Nachweis)

geführt werden.

In DIN 1045-1 [1] werden nur Verformungen von biegebeanspruchten Bauteilen in vertikaler Richtung angesprochen. Dabei wird unterschieden zwischen

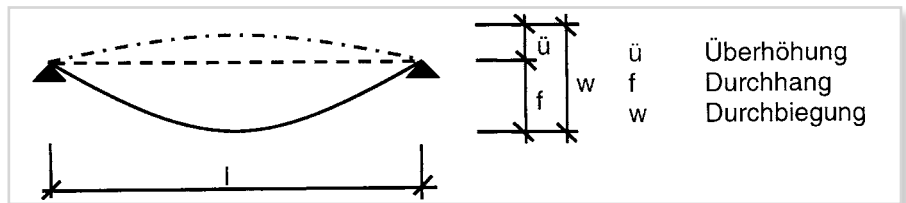


Bild 1: Definition der Verformungen [2]

- **Durchhang:** vertikale Bauteilverformung, bezogen auf die Verbindungslinie der Unterstützungspunkte
- **Durchbiegung:** vertikale Bauteilverformung, bezogen auf die Systemlinie des Bauteils (bei Schalungsüberhöhung bezogen auf eine überhöhte Lage)

Die Verformungsgrenzen in DIN 1045-1 stellen im Allgemeinen hinreichende Gebrauchseigenschaften von Bauwerken, wie Wohnbauten, Bürobauten, öffentlichen Bauten und Fabriken, sicher. Sofern besondere Verhältnisse die Verwendung der folgenden Richtwerte für ein bestimmtes Tragwerk einschränken, sind ggf. besondere Grenzwerte mit dem Bauherren zu vereinbaren.

Es darf angenommen werden, dass das Erscheinungsbild und die Ge-

brauchstauglichkeit eines Tragwerks nicht beeinträchtigt werden, wenn der **Durchhang** eines Balkens, einer Platte oder eines Kragbalkens unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination $1/250$ der Stützweite nicht überschreitet (bei Kragträgern ist für die Stützweite die 2,5fache Kraglänge anzusetzen). Die berechneten Gesamtverformungen können durch Überhöhungen ganz oder teilweise ausgeglichen werden. Die Schalungsüberhöhung sollte im Allgemeinen $1/250$ der Stützweite nicht überschreiten. Schäden an den angrenzenden Bauteilen (z. B. an leichten Trennwänden) können auftreten, wenn die nach dem Einbau dieser Bauteile auftretende **Durchbiegung**, einschließlich der zeitabhängigen Verformungen, übermäßig groß ist. Als Richtwert für die Begrenzung darf $1/500$ der Stützweite angenommen werden.

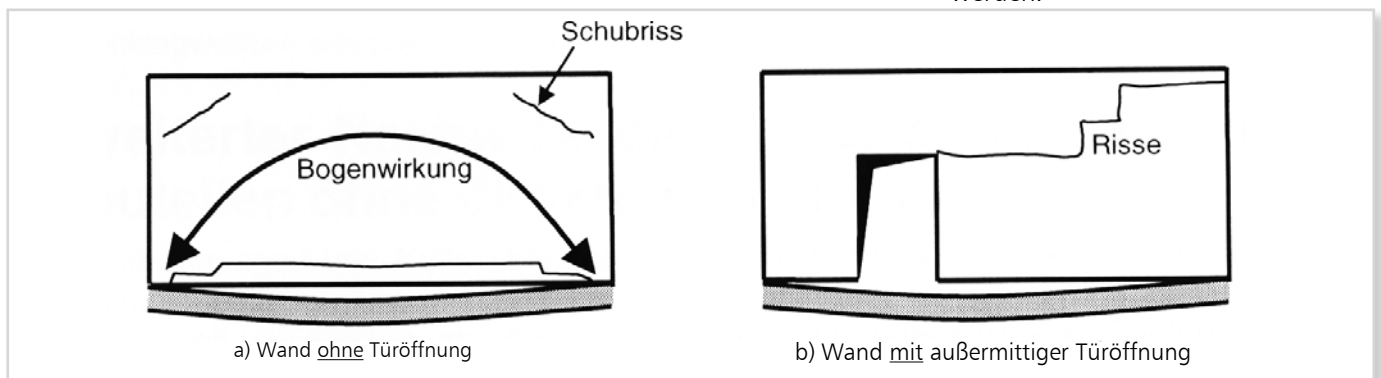


Bild 2: Rissbildung in einer Mauerwerkswand aufgrund großer Deckendurchbiegung

2 Einige typische Schadensbilder aufgrund zu großer Deckendurchbiegung

Im Folgenden werden einige typische Schäden aufgrund zu großer Deckendurchbiegung angesprochen. Besonders bei leichten Trennwänden aus Mauerwerk kann es aufgrund großer Deckendurchbiegung zu Rissen kommen. In Bild 2 sind beispielhaft zwei mögliche Rissbilder von Mauerwerkswänden bei zu großer Deckendurchbiegung dargestellt. In der Praxis tritt meist keine homogene ungestörte Wandscheibe auf (Bild 2a), da Tür- und Fensteröffnungen in den Wänden vorhanden sind, die zusätzliche Schwachstellen darstellen. Risse tre-

ten dann überwiegend in den Ecken der Öffnungen auf (Bild 2b), da die sekundären Tragmechanismen (z. B. Bogentragwirkung) ausfallen.

Große Deckendurchbiegungen erzeugen zusätzlich im Auflagerbereich eine übermäßige Verdrehung der Endtangente und führen evtl. zu klaffenden, horizontalen Rissen an der Außenseite der Wand und zu Putz- und Betonabplatzungen an deren Innenseite. Besitzt eine Stahlbetondeckenplatte im Eckbereich keine ausreichende Auflast oder Verankerung, so kann es mit zunehmender Deckendurchbiegung zu einem Abheben der Plattenecken und somit zu einer Rissbildung im Eckbereich der

Wand kommen. Die angesprochenen Probleme lassen sich jedoch in den meisten Fällen konstruktiv lösen.

3 Nachweis der Verformungsbegrenzung von Stahlbetonbauteilen ohne direkte Berechnung (DIN 1045-1, 11.3.2)

Gemäß DIN 1045-1, Abschnitt 11.3.2 kann der Nachweis der Verformungen von Stahlbetonbauteilen durch die Begrenzung der Biegeschlankheit erfolgen. Für die Einhaltung der Verformungsgrenzen werden die bereits aus DIN 1045 (88) bekannten Biegeschlankheiten angegeben. Diese

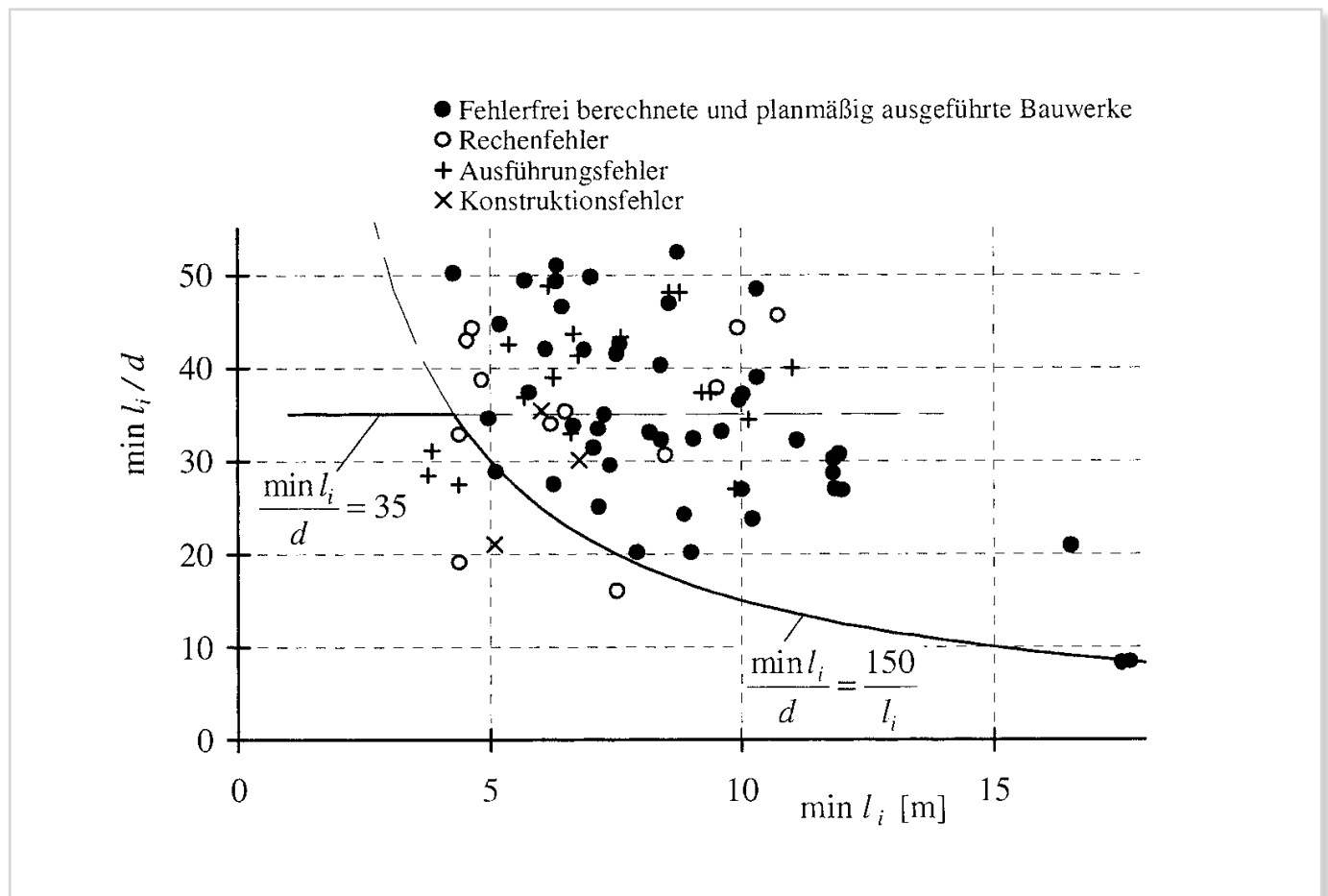


Bild 3: Bestimmung der Grenزشlankheiten von Stahlbetonbauteilen zur Vermeidung von Trennwandschäden [3]

Grenzwerte sind bereits aus früheren Stahlbetonbestimmungen bekannt. Sie beruhen auf Schadensanalysen von Mayer/Rüsch [3] aus dem Jahr 1967.

Gemäß DIN 1045-1 ergibt sich für die unterschiedlichen Anforderungen folgende erforderliche statische Nutzhöhe:

Normale Anforderungen (l/250):

$$\text{erf. } d \geq \frac{l_i}{35} \quad (1)$$

Höhere Anforderungen (l/500):

$$\text{erf. } d \geq \frac{l_i^2}{150} \quad (2)$$

In Heft 525 vom DAfStb wird jedoch darauf hingewiesen, dass die Einhaltung der Biegeschlankheitskriterien nicht immer die geforderten maximalen Durchbiegungen (l/250 bzw. l/500) gewährleistet. Dies führt natürlich bei Tragwerksplanern zu Unsicherheiten. Im Folgenden wird für die Vordimensionierung der erforderlichen Bauteildicke von Stahlbetontragwerken ein erweiterter Nachweis der Biegeschlankheit von Krüger und Mertzsch [4] vorgestellt.

4 Erweiterter Nachweis der Verformungsbegrenzung von Stahlbetonbauteilen ohne direkte Berechnung

Vergleichsrechnungen von Krüger/Mertzsch ergaben, dass die erforderliche Bauteildicke durch die in DIN 1045-1 angegebenen Schlankheitswerte teilweise unterschätzt wird. Es zeigte sich, dass es sinnvoll ist, den Nachweis der Biegeschlankheit von Platten und Balken zu trennen, da plattenförmige Bauteile in der Regel eine deutlich geringere Rissbildung

Platte	$\eta_1 = 0,168 + 0,979k_l - 0,283k_l^2 \leq 1,0$	mit $k_l = \frac{l_x}{l_y}$ $l_x \geq l_y$
Platte	$\eta_2 = 0,148 + 0,689k_l - 0,188k_l^2 \leq 1,0$	
Platte	$\eta_3 = 0,473 + 0,200k_l - 0,065k_l^2 \leq 1,0$	
Platte	$\eta_4 = 0,103 + 0,578k_l - 0,162k_l^2 \leq 1,0$	

Bild 4: Beiwert zur Berücksichtigung der Plattengeometrie [4]

Statisches System	α_i
	1,00
	0,80
	0,70
	0,85 (Größte Spannweite der Flachdecke)
	2,50

Tabelle 1: Beiwerte α_{ii} zur Bestimmung von l_i [4]

aufweisen als Balken. Daher wird in [4] für plattenartige Bauteile von Grenzwerten der Verkehrslast und bei balkenartigen Bauteilen von Bewehrungsgrenzen ausgegangen.

Die erforderliche Nutzhöhe kann entsprechend folgender Gleichung bestimmt werden:

$$\text{erf. } d = \frac{l_i}{\lambda_i} \cdot k_c \quad (3)$$

In Gleichung 3 bedeuten:

λ_i Grenzschlankheit gemäß Tabelle 2

$l_i = \alpha_i \cdot l_{\text{eff}}$ ideelle Stützweite von Balken und Flachdecken (α_i gemäß Tabelle 1)

$l_i = \eta_i \cdot l_{\text{eff}}$ ideelle Stützweite von Platten ($l_{\text{eff}} = \min l = l_y$ sowie η_i gemäß Bild 3)

$$k_c = \left(\frac{f_{ck0}}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{6}}$$

$f_{ck0} = 20 \text{ N/mm}^2$

In Tabelle 2 sind die Beiwerte λ_i für die Ermittlung der erforderlichen

zul. w		l_i [m]	λ_i
l/ 250	Platten	≤ 4,0	30
		7,0	24
		12,0	19
	Balken	≤ 4,0	28
		7,0	25
		12,0	23
l/ 500	Platten	≤ 4,0	23
		7,0	17
		12,0	13
	Balken	≤ 4,0	16
		7,0	14
		12,0	13

Zwischenwerte können linear interpoliert werden.

Tabelle 2: Beiwert λ_i zur Ermittlung der Biegeschlankheit

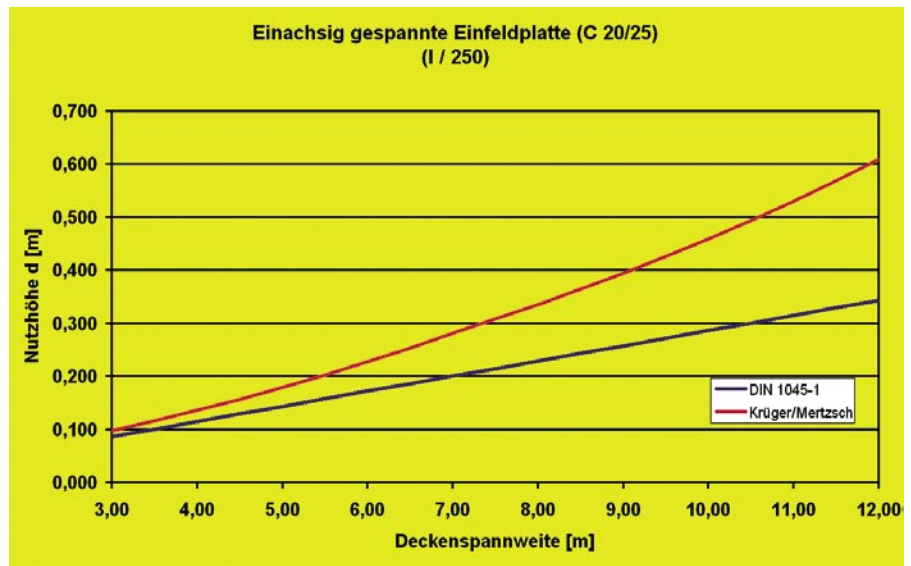


Bild 5: Vergleich von den Ansätzen zur Bestimmung der Deckenschlankheit gemäß DIN 1045-1 und dem Vorschlag von Krüger/Mertzsch

Biegeschlankheit zusammengestellt. Die Werte beruhen auf folgenden Annahmen:

- Beton: $f_{ck} \geq 25 \text{ N/mm}^2$
 $\varphi \leq 2,5$ (Kriechzahl)
- Belastung bei Platten:
 $q_k \leq 5,0 \text{ kN/m}^2$ (Veränderliche Einwirkung)

In Bild 5 ist ein Vergleich der unterschiedlichen Ansätze zur Bestimmung der Deckenschlankheit gemäß DIN 1045-1 (Gleichung 1) und dem Vorschlag von Krüger/Mertzsch (Gleichung 3) für eine Durchbiegungsbeschränkung auf l/250 dargestellt.

5 Beispiel zur Begrenzung der Durchbiegung mit Hilfe von Biegeschlankheitskriterien

Einachsig gespannte Stahlbetonplatte mit erhöhten Anforderungen an die Durchbiegung (l/500).

Spannweite: $l = 4,0 \text{ m}$

Beton: Zylinderdruckfestigkeit:
 $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$
Endschwindmaß:
 $\varepsilon_{cs\infty} = -0,6\%$

Endkriechzahl:

$$\varphi_{\infty} = 2,5$$

Betonstahl: BST 500 S

Expositionsklasse: XC 1

Veränderliche Einwirkung:

$$q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$$

Quasi-ständiger Anteil der veränderlichen Einwirkung:

$$q_{\text{Ed,perm}} = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

Bodenaufbau: $\Delta g_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

a) Erforderliche Nutzhöhe gemäß DIN 1045-1, Abschnitt 11.3.2

$$\text{erf. } d = 4,0^2 / 150 = 0,11 \text{ m}$$

-> mit Expositionsklasse XC 1

ergibt sich

$$\text{erf. } h \geq 0,13 \text{ m}$$

Die Durchbiegungsberechnung mit einem EDV-Programm ($a_s = 6,9 \text{ cm}^2/\text{m}$) ergab in [5] eine Durchbiegung von

$$\text{vorh. } w = 3,4 \text{ cm} > l/500 = 0,8 \text{ cm} = \text{zul. } w$$

b) Erforderliche Nutzhöhe gemäß dem Vorschlag von Krüger/Mertzsch

$$k_c = \left(\frac{f_{ck0}}{f_{ck}} \right)^{\frac{1}{6}} = \left(\frac{20}{20} \right)^{\frac{1}{6}} = 1$$

aus Tabelle 2: $\lambda_i = 23$

$$erf. d = \frac{l_i}{\lambda_i} \cdot k_c = \frac{4,0}{23} \cdot 1 = 0,17m$$

-> mit Expositionsklasse XC 1 ergibt sich erf. $h \cong 0,19 m$

Die Durchbiegungsberechnung mit einem EDV-Programm ($a_s = 5,2 \text{ cm}^2/m$) ergab in [5] eine Durchbiegung von

$$vorh. w = 0,85 \text{ cm} \approx 1/500 = 0,8 \text{ cm} = \text{zul. } w$$

6 Näherungsansatz zur Abschätzung der Verformung [4]

Heute werden häufig komplexe Berechnungen von Plattentragwerken mit Hilfe von FEM-Programmen durchgeführt. Die Programme ermitteln die Durchbiegungen jedoch meist nur für den Zustand I und ohne Berücksichtigung von Langzeitverformungen. In [4] wurde – aufbauend auf zahlreiche Vergleichsrechnungen – ein Ansatz zur Abschätzung der Verformungen entwickelt. Dafür wurde von folgenden Annahmen ausgegangen:

- Bestimmung der Bauteilverformungen erfolgte sowohl im Zustand I und II auf Grundlage eines linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Dehnung
- Kriechzahl : $\varphi_{\infty} = 2,5$
- Schwindverformungen wurden nicht berücksichtigt, da die Verformungen unter seltener Beanspruchung berechnet wurden (Reale Verformungen ergeben sich unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination.)
- Beton der Festigkeitsklasse C 20/25
- Ermittlung des Rissmomentes unter Ansatz der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$

- Druckbewehrung wurde nicht berücksichtigt

Ausgehend von den oben angegebenen Annahmen kann die Verformung von Stahlbetonbauteilen im Zustand II wie folgt bestimmt werden:

$$a_k^{II} = k_a \cdot a_0^I \quad (4)$$

mit

- a_0^I Bauteilverformung im Zustand I zum Zeitpunkt $t = 0$ unter der seltenen Einwirkungskombination
- k_a Beiwert zur Berücksichtigung der Verformungsvergrößerung
- a_k^{II} Bauteilverformung im Zustand II zum Zeitpunkt $t = \infty$

Der Beiwert zur Berücksichtigung der Erhöhung der Bauteilverformungen k_a kann näherungsweise mit folgender Gleichung bestimmt werden:

$$k_a = \psi \cdot \rho_s^{\omega} + 0,2 \quad (5)$$

mit

- ρ_s Bewehrungsgrad der Zugbewehrung in % ($\rho_s = A_s / (b \cdot h)$)
- ψ, ω Beiwerte gemäß Tabelle 3

M/M_{cr}	ψ	ω
1,2	4,0	-0,24
1,5	4,3	-0,35
2,1	4,7	-0,40

Tabelle 3: Beiwerte zur Bestimmung von k_a

Hierbei ist:

- M Maximalmoment unter Ansatz der seltenen Beanspruchung (q_{rare})
- M_{cr} Rissmoment unter Ansatz der Biegezugfestigkeit ($f_{ct,fl}$)

$$f_{ct,fl} = \frac{[1 + 1,5 \cdot (h/100)^{0,7}]}{1,5 \cdot (h/100)^{0,7}} \cdot f_{ctm}$$

Biegezugfestigkeit gemäß [6]

h Bauteilhöhe [mm]

f_{ctm} Betonzugfestigkeit

In Bild 6 ist der Näherungsansatz gemäß Gleichung 4 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im baupraktischen Bereich mit einem Erhöhungsfaktor (k_a) zwischen ca. 3,5 und 6,0 je nach Bewehrungsgrad und dem Verhältnis M/M_{cr} zu rechnen ist.

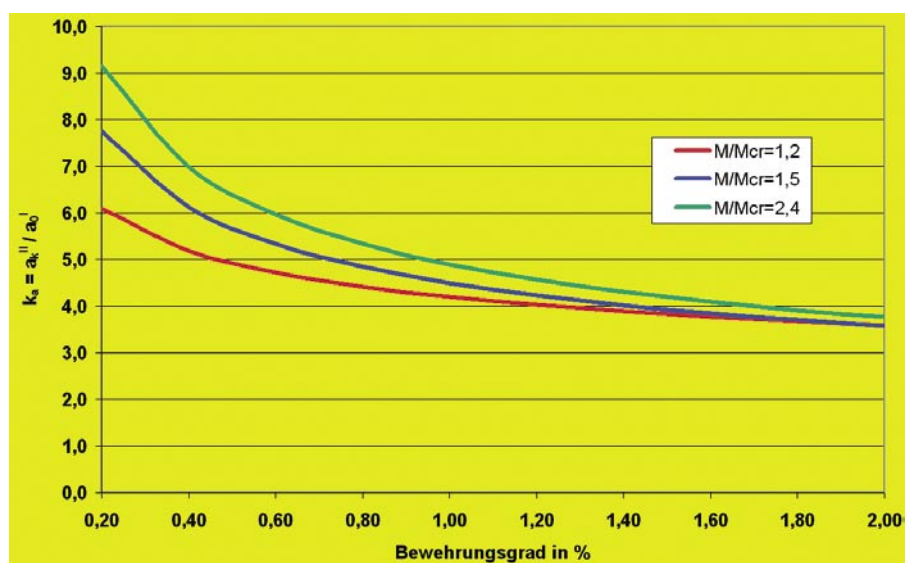


Bild 6: Verformungsvergrößerung im Zustand II ($t = \infty$) gegenüber Zustand I ($t = 0$)

8 Zusammenfassung

Die in diesem Beitrag zusammengestellten erweiterten Biegeschlankheitskriterien bzw. Erhöhungsfaktoren für die Abschätzung der Langzeitverformungen sollen dem in der Praxis tätigen Ingenieur eine Hilfe für die Vordimensionierung von Stahlbetonbauteilen sein. Wird im Rahmen der Tragwerksplanung eine „genaue“ Durchbiegungsberechnung durchgeführt, so handelt es sich jedoch auch hier nur um eine Abschätzung, da zahlreiche Parameter sehr starken Schwankungen unterworfen sind. Hierzu zählen z. B. die tatsächliche Zugfestigkeit des Betons oder die nicht exakte Berücksichtigung der Lagerungs- und Randbedingungen.

Literatur

- [1]Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN): DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Konstruktion, Ausgabe Juli 2001
- [2]Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 525, Erläuterungen zu DIN 1045-1, Beuth Verlag, Berlin 2003
- [3]Mayer, H.; Rüschi, H.: Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbeton-Bauteilen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 193, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1967
- [4]Krüger, W.; Mertzsch, O.: Verformungsnachweise – Erweiterte Tafeln zur Begrenzung der

Biegeschlankheit, Beitrag in Stahlbetonbau aktuell (Seite G.19-G.38), Praxishandbuch 2003, Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2003

- [5]Fricke, K.L.: Durchbiegungsberechnung an Stahlbetonträgern oder Schlankheitsnachweis, Beitrag in Beton- und Stahlbetonbau 99, Heft 1, (Seiten 52 – 55), Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2004
- [6]Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein: Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1, Band 2: Ingenieurbau, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2003

*Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert
Fachhochschule Gießen-Friedberg
jens.minnert@bau.fh-giessen.de*

DIN 1045-1 Seminare

Die First AEC GmbH, die mb AEC Software GmbH und hochkarätige Referenten laden zu Einführungsseminaren zur neuen DIN 1045-1 ein.

Mit den Seminaren soll der mit Entwurf, Bemessung und Konstruktion

von Tragwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton befassete Ingenieur mit den Regelungen der neuen DIN vertraut gemacht werden. Die Teilnehmer lernen die DIN 1045-1 und die DIN 1055-100 in Theorie und Praxis kennen. Anhand der aktuellen

Programmsysteme BauStatik und MicroFe werden der praxisorientierte Umgang mit der neuen Norm bei der Anwendung von Tragwerksplanungs-Software aufgezeigt und die Vorteile des aktuellen Ing⁺-Systems erläutert.

Dezember

10.12.04	Bremen	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
16.12.04	Stuttgart	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)

Januar 2005

14.01.04	Leipzig	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
21.01.04	Köln	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
26.01.04	Kaiserslautern	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)

Februar 2005

04.02.04	Magdeburg	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
18.02.04	Hamburg	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
23.02.04	Frankfurt	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)

März 2005

11.03.04	Berlin	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
18.03.04	Erfurt	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
22.03.04	München	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)

Weitere Termine, Informationen und Anmeldungen über

First AEC Software & Consulting für Architekten und Ingenieure GmbH, HefeHof 7, 31785 Hameln,
Telefon: 0 51 51 / 9 00-0, Fax: 0 51 51 / 9 00-1 90,
Internet: www.firstaec.de/news/seminar_din1045_1.htm, E-Mail: info@firstaec.de