

**19. Fortbildungsseminar Tragwerksplanung in Darmstadt
13. September 2005**

Notwendigkeiten und Möglichkeiten zur Kontrolle EDV-gestützter Berechnungen

Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert

Fachhochschule Gießen-Friedberg

Fachbereich Bauwesen

Fachgebiet Stahlbeton- und Spannbetonbau

Wiesenstraße 14

35390 Gießen

Telefon: 0641 / 309-1815

Telefax: 0641 / 309-2909

E-mail: Jens.Minnert@bau.fh-giessen.de

1 Einführung

In den vergangenen Jahren wurde eine Vielzahl von Normen im konstruktiven Ingenieurbau überarbeitet und somit dem aktuellen Stand der Technik angepasst. Dies betrifft z. B. auch die neue DIN 1045 (07/01) [1 – 4] für die Bemessung und Konstruktion von Tragwerken aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Seit 1. Januar 2005 hat diese Vorschrift in Deutschland die bisher gültige DIN 1045 (07/88) [5] bzw. DIN 4227 (7/88) [6] abgelöst.

Die wesentlichen Änderungen in der neuen Normengeneration sind:

- Das Sicherheitskonzept wird auf das Verfahren der Teilsicherheitsbeiwerte umgestellt.
- Stahlbeton- und Spannbetonbauweise werden in einer Norm auf gemeinsamer Grundlage konsistent geregelt.
- Hochfester Beton und Leichtbeton werden nahtlos in den gesamten Konstruktions- und Bemessungsablauf einbezogen.
- Die vollständige nichtlineare Berechnung von Stahlbetonbauwerken wird ermöglicht und dem planenden Ingenieur werden die Grundlagen zur Verfügung gestellt.
- Für den Querkraftnachweis („Schubnachweis“) wird ein einheitliches Konzept auf mechanischer Grundlage angeboten.
- Das Durchstanzen ist auf eine neue Basis gestellt worden, da eine Reihe aktueller Versuche vorliegen.
- Die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit werden weitgehend auf der Grundlage mechanischer Modelle geregelt.
- Die Bemessung von Bauteilen mit Hilfe von Stabwerkmodellen wird erleichtert.

Dem Tragwerksplaner eröffnen die neuen Normengenerationen und die zahlreichen auf dem Markt erhältlichen Software-Programme neue Möglichkeiten für den Entwurf und die Berechnung innovativer Bauwerke.

Die Umstellung des globalen Sicherheitskonzeptes auf ein Teilsicherheitskonzept führt zu einem deutlich größeren Aufwand für die Ermittlung der maßgebenden Bemessungsschnittgrößen. Der Tragwerksplaner ist heute mehr denn je in der täglichen Arbeit auf den Einsatz von Softwareprogrammen angewiesen. Bei diesen oftmals komplexen Programmen besteht jedoch die Gefahr, dass der Praktiker leicht den Überblick verliert und den Ergebnissen der EDV blind vertraut. Ein sehr großer Bedarf an einfachen Kontrollmöglichkeiten der oftmals seitenlangen Ergebnisausdrucke (Zahlenkolonnen) ist die Folge. Besonders durch den Wegfall des 4-Augenprinzips in einigen Bereichen kann es bei „blinder“ EDV-Gläubigkeit zu gefährlichen Situationen kommen.

Im folgenden Beitrag werden einige Möglichkeiten zur einfachen Kontrolle EDV gestützter Berechnungen zusammengestellt. Hierbei soll der Schwerpunkt auf der Last-, Schnittgrößen- und Verformungskontrolle liegen.

2 Sicherheitskonzept

2.1 Allgemeines

Die grundlegenden Anforderungen an die Zuverlässigkeit von Bauwerken sowie das für den rechnerischen Nachweis dieser Zuverlässigkeit anzuwendende Sicherheitskonzept (Teilsicherheitskonzept) ist bauartenübergreifend in DIN 1055-100 (01/01) [7] geregelt. Dort sind die Teilsicherheitsbeiwerte für die Einwirkungen sowie die Kombinationsregeln und Kombinationsbeiwerte mehrerer voneinander unabhängiger veränderlicher Einwirkungen für den Hochbau festgelegt. Die Teilsicherheitsbeiwerte für den Bauteilwiderstand sind dagegen baustoffabhängig in DIN 1045-1 (07/01) für den Beton, Betonstahl und Spannstahl geregelt. Die neue Normengeneration baut, wie bereits der EC 2, auf dem Konzept der Teilsicherheitsbeiwerte auf.

Die Einwirkungen (Beanspruchungen) werden mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten erhöht und die Bauteilwiderstände (Beanspruchbarkeiten) mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten verringert. Somit wird die jeweils erforderliche Gesamtsicherheit des Tragwerks erreicht.

Die Anwendung dieser neuen Vorschriften in Verbindung mit EDV-Programmen erfordert eine genaue Kenntnis der einzelnen in DIN 1055-100 geregelten Bemessungssituationen. Hierbei werden grundsätzlich „drei“ Grenzzustände unterschieden:

1. Grenzzustände der Tragfähigkeit

Die Grenzzustände der Tragfähigkeit bezeichnen diejenigen Zustände, bei deren Überschreiten eine ausreichende Standsicherheit des Tragwerks nicht mehr gewährleistet ist. Hierzu gehören z. B. Bruch an einer kritischen Stelle des Tragwerks, Stabilitätsversagen des Tragwerks (z. B. Knicken, Kippen, Beulen), Ermüdung bei dynamischer Beanspruchung oder Versagen durch zu große Verformungen.

Gemäß DIN 1045-1 müssen allgemein im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) folgende Nachweise erbracht werden:

- Versagen infolge Biegung mit/ohne Normalkraft
- Versagen infolge Querkraft
- Versagen infolge Torsion
- Versagen infolge Durchstanzen
- statisches Gleichgewicht
- Grenzzustand der Tragfähigkeit an verformten Systemen (Theorie II. Ordnung)
- Materialermüdung

Nachweisformat: $E_d \leq R_d$ (1)

E_d Bemessungswert der Beanspruchung (z. B. einwirkende Schnittgröße)

R_d Bemessungswert des Tragwiderstands (z. B. aufnehmbare Schnittgröße)

Einwirkungskombination im GZT (ständige und vorübergehende Bemessungssituation):

$$E_d = E \left[\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \left(\gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right) \right] \quad (2)$$

Die außergewöhnliche Einwirkungskombination und die Kombination für die Bemessungssituation für Erbeben wird im Rahmen des Beitrages nicht behandelt (siehe DIN 1055-100, Abschnitt 9.4, Gleichungen (15) und (16)).

2. Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit (GZG) sind Zustände, bei deren Überschreitung festgelegte Kriterien der Gebrauchstauglichkeit nicht mehr erfüllt sind.

Sie umfassen folgende Nachweise:

- Begrenzung der Stahl- und Betonspannungen
- Beschränkung der Rissbreite
- Begrenzung von Verformungen (Durchbiegungen)

Nachweisformat:
$$E_d \leq C_d \quad (3)$$

E_d Bemessungswert der Beanspruchung (z. B. ermittelte Bauteilverformung)

C_d Bemessungswert des Gebrauchstauglichkeitskriteriums (z. B. zul. Bauteilverformung)

Einwirkungskombination im GZG:

Seltene Kombination:
$$E_{d,rare} = E \left(\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (4)$$

Häufige Kombination:
$$E_{d,frequ} = E \left(\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (5)$$

Quasi-ständige Kombination:
$$E_{d,perm} = E \left(\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right) \quad (6)$$

3. Anforderungen an die Dauerhaftigkeit

Eine Bemessung auf Dauerhaftigkeit ist in der DIN 1045-1 nicht direkt vorhanden, sondern wird in Form von Konstruktionsregeln behandelt.

Im Wesentlichen sind das:

- Grenzwerte für die Betondeckung
- Grenzwerte für die Betonzusammensetzung (w/z-Wert, Mindestzementgehalt u. a.)
- Verarbeitungsregeln (Einbringen und Nachbehandeln des Betons u. a.)

2.2 Kontrolle der mittels EDV berechneten Schnittgrößen und Auflagerkräfte

Im Rahmen der Nachweisführung sind alle möglichen Schnittgrößenkombinationen zu untersuchen, die an einer Stelle im Tragwerk zu einem Größtwert der Beanspruchung führen. In [8] wurde anhand von Vergleichsrechnungen gezeigt, dass gegenüber einer „genauen“ Kombinatorik gemäß DIN 1055-100 und einer Berechnung ohne Kombinationsbeiwerte (d. h. $\psi_0 = 1$) sich die Schnittgröße in diesem Beispiel um ca. 7 % ändern.

Da man bei dieser Kombinatorik sehr schnell den Überblick verlieren kann, werden im Folgenden einige Empfehlungen zusammengestellt, die bei einer EDV-Berechnung im Ergebnisausdruck bzw. am Bildschirm unbedingt vorhanden sein sollten, um die Ergebnisse noch überprüfen zu können. **Wichtig sei in diesem Zusammenhang nochmals der Hinweis, dass gemäß DIN 1055-3, Abschnitt 6 (10) [9] bei mehrgeschossigen Gebäuden die Nutzlast aller Geschosse als insgesamt eine veränderliche Einwirkung aufzufassen ist.**

1. Eindeutige Kennzeichnung der Schnittgrößen und Auflagergrößen

Oftmals ermitteln die Programme aus den vom Anwender eingegebenen charakteristischen Einwirkungen (Lasten) die linear-elastischen Schnittgrößen für die einzelnen Einwirkungen. Hierbei muss im EDV-Ausdruck deutlich werden, dass es sich um **charakteristische Größen** handelt (z. B. M_{EK} , V_{EK} , C_{EK}). Diese Größen unterscheiden sich nicht gegenüber den Werten der „alten“ DIN 1045 (07/88). Besonders die Lastweiterleitung sollte mit den charakteristischen Auflagergrößen getrennt nach den einzelnen Einwirkungsarten (z. B. ständige Einwirkungen, veränderliche Einwirkungen) erfolgen, da spätestens die Bodenpressung mit den charakteristischen Einwirkungen nachzuweisen ist.

Nach der Ermittlung der charakteristischen Schnittgrößen werden die einzelnen Anteile entsprechend dem Sicherheitskonzept mit den entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten (z. B. ständige Einwirkung $\gamma_G = 1,35$; veränderliche Einwirkung $\gamma_G = 1,50$) und Kombinationsbeiwerten (z. B. $\psi_0 = 0,7$ für Büronutzung) beaufschlagt und überlagert (Superpositionsgesetz kann bei linear elastischer Schnittgrößenermittlung angewendet werden). Diese Ergebnisse müssen in den EDV-Programmen als Bemessungswerte mit M_{Ed} , V_{Ed} , C_{Ed} usw. (d = design) bezeichnet werden, so dass der Anwender klar erkennt, dass Sicherheitsbeiwerte bereits enthalten sind. Nur bei einer strikten Trennung zwischen charakteristischen Schnittgrößen und Bemessungsschnittgrößen ist die Überprüfung der Ergebnisse und der notwendige Überblick noch gewährleistet. Diese Vorgehensweise ist jedoch nicht bei Stabilitätsuntersuchung nach Theorie II. Ordnung möglich. Hierbei kann es je nach Anzahl der veränderlichen Einwirkungen zu einer großen Anzahl an Kombinationen kommen. Diese genaue Bezeichnung der Schnittgrößen gemäß DIN 1055-100 ist auch bei den Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit unbedingt erforderlich. Fordert DIN 1045-1 z. B. das Biegemoment unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination für den Rissbreitennachweis, so muss diese Schnittgröße mit der Bezeichnung $M_{Ed,perm}$ versehen werden, um sie deutlich von der Schnittgröße im Grenzzustand der Tragfähigkeit unterscheiden zu können.

2. Nachvollziehbarkeit der maßgebenden Schnittgrößenkombination bzw. Abschätzung der unabhängigen veränderlichen Leiteinwirkung

Große Probleme ergeben sich für den Anwender, wenn das Tragwerk von mehreren unabhängigen veränderlichen Einwirkungen beansprucht wird. Eine „Handrechnung“ ist bei Ausnutzung der Kombinationsregel nur noch bei einfachen Fällen möglich (siehe [8]). Die vorherrschende veränderliche Einwirkung (Leiteinwirkung) lässt sich nicht mehr einfach bestimmen, so dass die Programme alle möglichen Kombinationen untersuchen und an den entsprechenden Stellen im Tragwerk mit dem Größtwert die Nachweise führen.

Der Ergebnissausdruck muss bei den entsprechenden Programmen sicherstellen, dass für die Bemessungsschnittgrößen die entsprechende Kombination erkennbar ist, so dass eine Kontrolle möglich ist.

Im Folgenden wird eine einfache Möglichkeit vorgestellt, mit der bei mehreren unabhängigen veränderlichen Einwirkungen die Leiteinwirkung ohne zahlreiche Kombinationen abgeschätzt werden kann.

Die veränderliche Einwirkung $Q_{k,i}$ nach Gleichung (2) wird als vorherrschende Einwirkung oder Leiteinwirkung bezeichnet. Diese ist nicht zwangsläufig die größte der unabhängigen veränderlichen Einwirkungen. Die veränderliche Einwirkung mit dem größten „Restanteil“ $(1-\psi_{0,i}) \cdot Q_{k,i}$ ist die Leiteinwirkung, die ohne Kombinationsbeiwert mit Q_k zu berücksichtigen ist. Es ist somit der ungünstigste Anteil, der folglich nicht entfallen darf.

Die praktische Anwendung wird anhand des in [8] behandelten Beispiels aufgezeigt.

Beispiel 1: Ermittlung der maßgebenden Einwirkungskombination bei einem Abfangeträger mit mehreren unabhängigen veränderlichen Einwirkungen

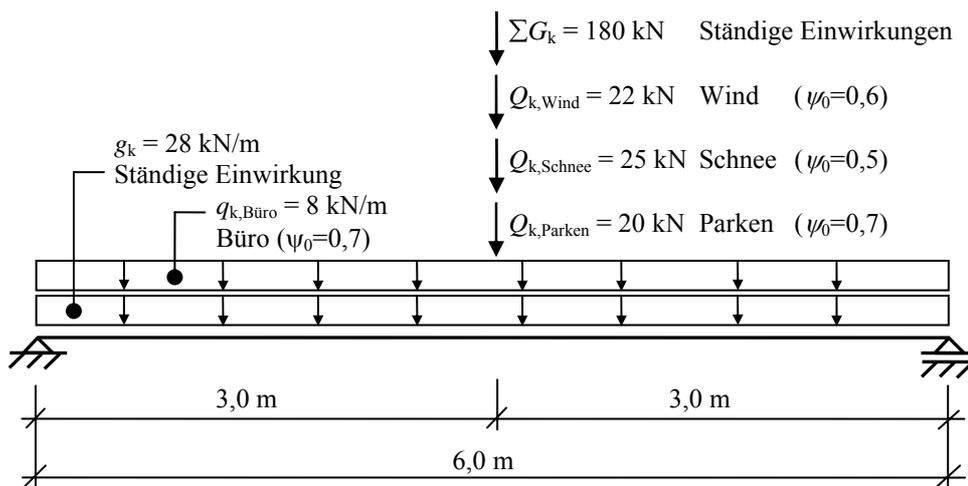


Bild 1: Statisches System und Einwirkungen des Abfangeträgers (Pos. 6) [8]

Schnittgrößen in Feldmitte unter den charakteristischen Einwirkungen:

$$M_{k,G} = 180 \cdot 6/4 + 28 \cdot 6^2/8 = 396 \text{ kNm} \quad (\text{Ständige Einwirkungen})$$

$$M_{k,Q} = 20 \cdot 6/4 + 8 \cdot 6^2/8 = 66 \text{ kNm} \quad (\text{Veränderliche Einwirkung aus Büro und Parken})$$

$$M_{k,S} = 25 \cdot 6/4 = 37,5 \text{ kNm} \quad (\text{Veränderliche Einwirkung aus Schnee})$$

$$M_{k,W} = 22 \cdot 6/4 = 33 \text{ kNm} \quad (\text{Veränderliche Einwirkung aus Wind})$$

Restanteil $(1-\psi_{0,i}) \cdot Q_{k,i}$ der veränderlichen Einwirkungen:

1. Büro und Parken $(1 - 0,7) \cdot 66 = 19,8 \text{ kNm}$ **Maßgebende Leiteinwirkung**

2. Schnee $(1 - 0,5) \cdot 37,5 = 18,8 \text{ kNm}$

3. Wind $(1 - 0,6) \cdot 33 = 13,2 \text{ kNm}$

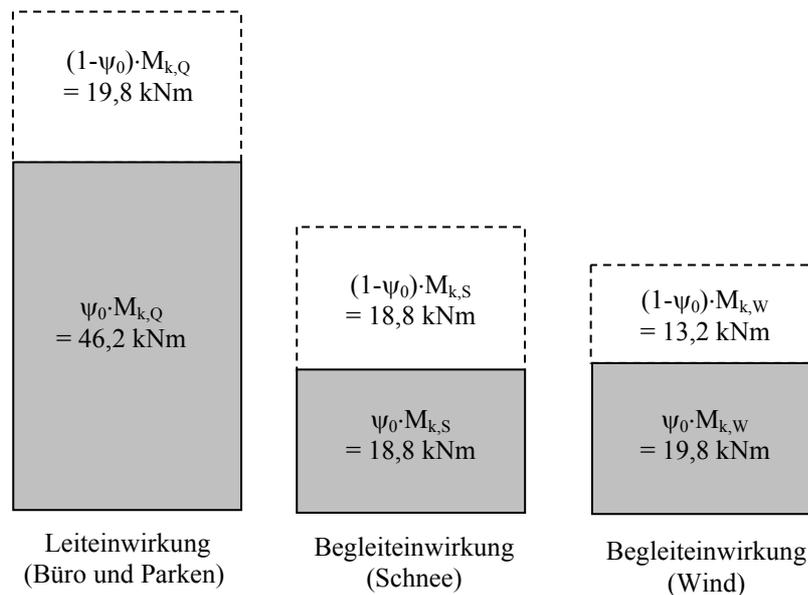


Bild 2: Bestimmung der Leiteinwirkung bei einer linear-elastischen Schnittgrößenermittlung über den größten „Restanteil“ $(1-\psi_{0,i}) \cdot Q_{k,i}$

Der Nachweis des Abfangeträgers in Feldmitte ist mit folgender Bemessungsschnittgröße zu führen:

$$\max M_{Ed} = 1,35 \cdot 396 + 1,5 \cdot 66 + 1,5 \cdot (0,5 \cdot 37,5 + 0,6 \cdot 33) = 691,43 \text{ kNm}$$

Die Betrachtung mit Hilfe des größten „Restanteils“ der veränderlichen Einwirkungen führt zu dem bereits in [8] angeführten Ergebnis. Die veränderliche Einwirkungen aus der Büro- und Parknutzung ist die Leiteinwirkung nach Gleichung (2) für die Bemessung des Unterzuges.

Diese vereinfachte Betrachtung ist jedoch nur bei einer linear-elastischen Schnittgrößenermittlung ohne Normalkraftbeanspruchung gültig. In [10] wird ein erweitertes Verfahren des „Restanteils“ der veränderlichen Einwirkungen für Bauteile mit Momenten- und Normalkraftbeanspruchung angegeben. Erschwerend kommt hierbei noch hinzu, dass sich vorab manchmal nicht angeben lässt, ob die charakteristischen Werte G_k der ständigen Einwirkungen in den Kombinationen bei ungünstiger Wirkung mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_G = 1,35$ oder bei günstiger Wirkung nur mit $\gamma_G = 1,00$ zu berücksichtigen sind. Bei Stützen ist zu betrachten, wie sich die Einwirkungen bezüglich der Zug- und Druckzonenkraft in den maßgebenden Querschnitten auswirken. Hierbei sind die charakteristischen Momente $M_{Gk,z}$ und die Anteile $(1-\psi_{0,i}) \cdot M_{Qk,z}$ in Bezug auf die maßgebende Querschnittsfaser z , d. h. auf die Wirkungslinie der jeweils anderen der beiden resultierenden Kräfte (Druck- und Zugzonenkraft) im maßgebenden Querschnitt zu untersuchen; für die Zugbewehrung muss die Faser z der Druckspannungserzeugenden bzw. für die Druckspannungserzeugende die Faser z der Zugbewehrung benutzt werden. Mit dieser Vorgehensweise kann entschieden werden, ob die Einwirkungen eine günstige oder ungünstige Wirkung haben.

$$\begin{aligned} M_{Gk,z} &= M_{Gk,1} + M_{Gk,2} - N_{Gk} \cdot z \\ &= M_{Gk,tot} - N_{Gk} \cdot z \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (1 - \psi_0) \cdot M_{Qk,z} &= (1 - \psi_0) \cdot (M_{Qk,1} + M_{Qk,2} - N_{Qk,z} \cdot z) \\ &= (1 - \psi_0) \cdot (M_{Qk,tot} - N_{Qk,z} \cdot z) \end{aligned} \quad (8)$$

Für alle ständigen Einwirkungen ist in der Regel ein einheitlicher Sicherheitsbeiwert anzusetzen. Die ständigen Einwirkungen sind in Bezug auf die maßgebende Faser z insgesamt ungünstig, wenn bei einer üblichen Wahl des Koordinatensystems (siehe Bild 3) die Summe der Momente $M_{Gk,z}$ positiv ist. Ist das Ergebnis jedoch negativ, so wirken die ständigen Einwirkungen insgesamt günstig. Alle veränderlichen Einwirkungen mit einem positiven $(1-\psi_{0,i}) \cdot M_{Qk,z}$ wirken ungünstig und sind mit ihrem repräsentativen Wert $\psi_{0,i} \cdot M_{Qk,z}$ zu berücksichtigen. Die vorherrschende veränderliche Einwirkung, die ohne Kombinationsbeiwert einzusetzen ist, ist die Einwirkung mit dem größten „Restanteil“ $(1-\psi_{0,i}) \cdot M_{Qk,z}$.

Gemäß den Angaben in [10] ist es bei symmetrisch bewehrten Querschnitten ($A_{s1} = A_{s2}$) ausreichend, die Faser der Zugbewehrung z_{s1} als die maßgebende Faser z für die Bestimmung der ungünstigsten Druckzonenkraft zu bestimmen. Zur Bestimmung der ungünstigsten Zugbewehrung reicht es in der Regel aus, die Faser z_{s2} der Druckbewehrung zu wählen. Eine Einwirkung kann nur dann günstig oder ungünstig wirken, d. h. es müssen beide Kombinationen untersucht werden, wenn sie innerhalb des Querschnitts wirkt ($e_{tot} = M_{Ed,tot} / |N_{Ed}| < h/2$). Liegt die Lastausmitte außerhalb des Querschnitts, so wirkt die Einwirkung immer ungünstig. Die Anwendung wird im Beispiel 2 aufgezeigt.

Beispiel 2: Ermittlung der maßgebenden Einwirkungskombination bei Stützen mit mehreren unabhängigen veränderlichen Einwirkungen

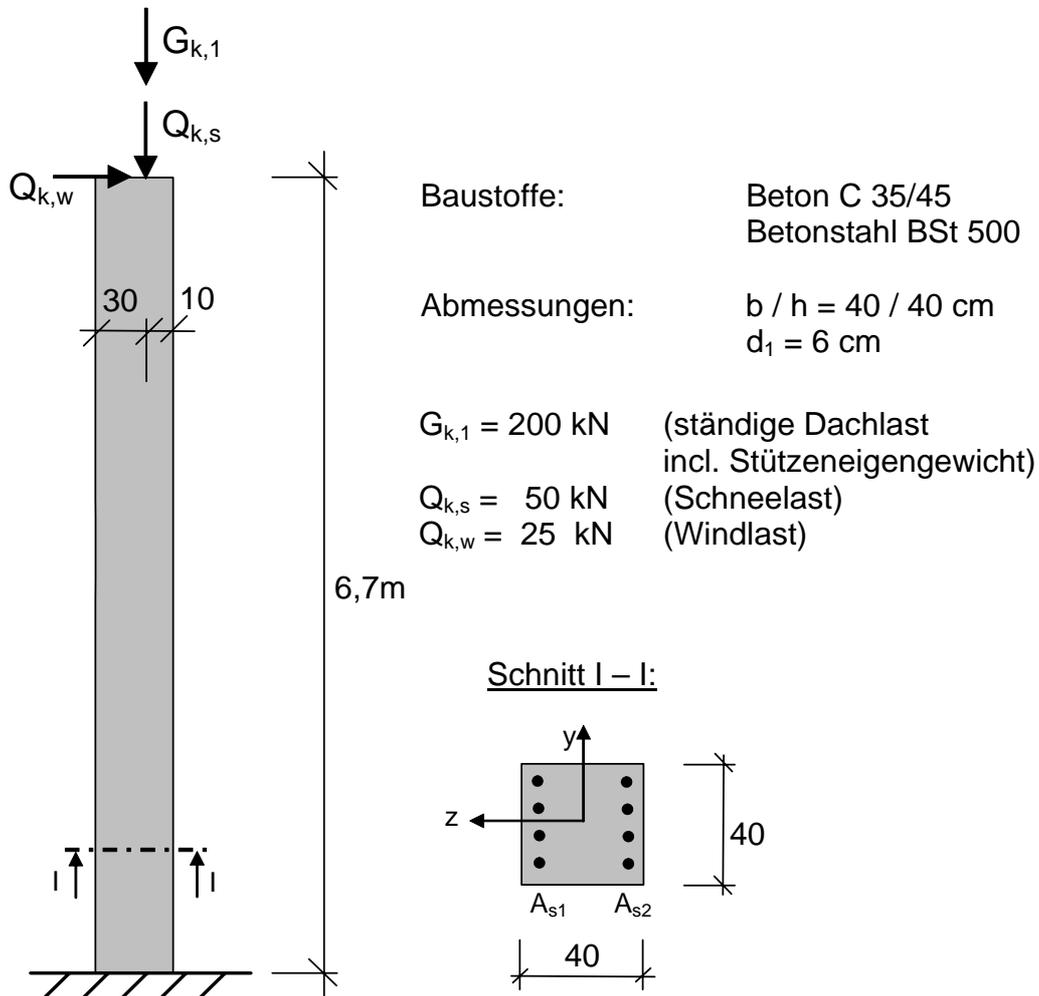


Bild 3: Stahlbetonstütze mit Einwirkungen und Systemabmessungen

Tabelle 1: Charakteristische Werte E_k der Einwirkungen an der Einspannstelle

Einwirkung	G, ständig	Q, veränderlich	
		Schnee	Wind
Kombinationsbeiwert ψ_0 gemäß DIN 1055-100, Tabelle A.2		0,5	0,6
N_k a) [kN]	-200,0	-50,0	0
$M_{k,0}$ b) [kNm]	20,0	5,0	167,5
$M_{k,a} = \alpha_a \cdot N_k \cdot l$ c) [kNm]	5,2	1,3	0
$M_{k,1} = M_{k,0} + M_{k,a}$ [kNm]	25,2	6,3	167,5
$M_{k,2} = N_k \cdot l_0^2 / 2070d$ d) [kNm]	51,0	12,8	0
$M_{k,tot} = M_{k,1} + M_{k,2}$ [kNm]	76,2	19,1	167,5
$e_{k,tot} = M_{k,tot} / N_k $ e) [kNm]	-0,381	-0,382	

Legende zu Tabelle 1:

- a) Stützennormalkraft
- b) Planmäßiges Moment an der Einspannstelle
- c) Zusätzliches Moment aus ungewollter Lastausmitte (DIN 1045-1, Gleichung 33)
- d) Zusatzmoment aus Theorie II. Ordnung nach dem Modellstützenverfahren (DIN 1045-1, Gleichung 38)
- e) Gesamtausmitte für die Modellstütze (DIN 1045-1, Gleichung 34)

Tabelle 2: Charakteristische Werte der Einwirkungen E_{GK} und $(1-\psi_{0,i})$ fache Anteile E_{Qk} bezogen auf verschiedene Querschnittsfasern z_i (Gleichungen (7) und (8))

i		1	2	Hinweise
z_i		0,14	-0,14	Abstand z_{s1} und z_{s2}
G , ständig		104,2	48,2	Gleichung (7)
Q , veränderlich	Schnee ($\psi_0 = 0,5$)	13,1	6,1	„Restanteil“ gemäß Gleichung (8)
	Wind ($\psi_0 = 0,6$)	67,0	67,0	

Auswertung der charakteristischen Werte $E_{Gk,z}$ und $(1-\psi_{0,i}) \cdot E_{Qk,z}$ (Tabelle 2):

- Die ständige Einwirkung hat für alle Fasern z_i positive Werte, sie wirkt folglich für alle Fasern ungünstig und ist gemäß DIN 1055-100 mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_G = 1,35$ nach DIN 1045-1, Tabelle 1 einzusetzen (siehe Gleichung (2)).
- Die veränderliche Einwirkung aus Wind ist bezüglich aller Fasern die ungünstigste veränderliche Einwirkung (Leiteinwirkung). Sie ist gemäß DIN 1055-100 mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_Q = 1,50$ nach DIN 1045-1, Tabelle 1 und ohne Kombinationsbeiwert ψ_0 einzusetzen (siehe Gleichung (2)).
- Schnee wirkt bezüglich aller Fasern ungünstig. Er ist gemäß DIN 1055-100 mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_Q = 1,50$ nach DIN 1045-1, Tabelle 1 und mit dem Kombinationsbeiwert ψ_0 einzusetzen (siehe Gleichung (2)).
- Die Bemessungswerte E_d ergeben sich hier aus der einzigen maßgebenden Kombination $E_d = 1,35 \cdot E_{Gk} + 1,5 \cdot E_{Qk, \text{Wind}} + 1,5 \cdot 0,5 \cdot E_{Qk, \text{Schnee}}$

In unserem Beispiel ergeben sich für die Bemessung der Stütze an der Einspannstelle folgende Schnittgrößen:

$$N_{Ed} = -1,35 \cdot 200 - 1,5 \cdot 0 - 1,5 \cdot 0,5 \cdot 50 = 307,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,1} = 1,35 \cdot 25,2 + 1,5 \cdot 167,5 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 6,3 = 290,0 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed,2} = 1,35 \cdot 51,0 + 1,5 \cdot 0 + 1,5 \cdot 0,5 \cdot 12,8 = 78,5 \text{ kNm}$$

3 FEM-Berechnungen von Flachdecken

Heute werden in der Praxis für die Berechnung von Flachdecken oft EDV-Programme auf Basis der Finite-Element-Methode (FEM-Methode) eingesetzt. Bei den nachfolgenden Betrachtungen sollte immer beachtet werden, dass auch die FEM-Methode nur ein Näherungsverfahren darstellt (z. B. Rissbildung wird nicht berücksichtigt). Aufgrund des im Abschnitt 2 angesprochenen Sicherheitskonzeptes müssen für die Bestimmung der maßgebenden Schnittgrößen für die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit (Biege- und Querkraftbemessung) und den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (Rissbreite und Verformungen) zahlreiche Kombinationen mit unterschiedlichen Sicherheitsbeiwerten untersucht werden. Im folgenden sind einige Kontrollmöglichkeiten zusammengestellt.

3.1 Globale Überprüfung der Vertikallasten

Nach der EDV-Berechnung der Deckenplatte besteht bei den üblichen FEM-Programmen die Möglichkeit der Ausgabe der globalen Gesamtlast. Die Kontrolle dieser Gesamtlast ist mit Hilfe der Deckenfläche und den entsprechenden Einwirkungen auf (ständige und veränderliche Einwirkungen) leicht möglich und somit eine erste Prüfung von vergessenen bzw. falsch eingegebenen Lasten.

3.2 Überprüfung der Stützenlasten

Die einzelnen Stützenlasten der FEM-Berechnung lassen sich einfach mit Hilfe der Lasteinzugsflächen bestimmen. Hierbei sollte bei den 1. Innenstützen die Durchlaufwirkung durch eine größere Lasteinzugsbreite berücksichtigt werden. Die Überprüfung einer einzelnen Stützenlast (ST-B5) wird im Folgenden anhand eines Beispiels gezeigt.

Beispiel 3: Kontrolle einer Stützenlast mit Hilfe der Lasteinzugsfläche

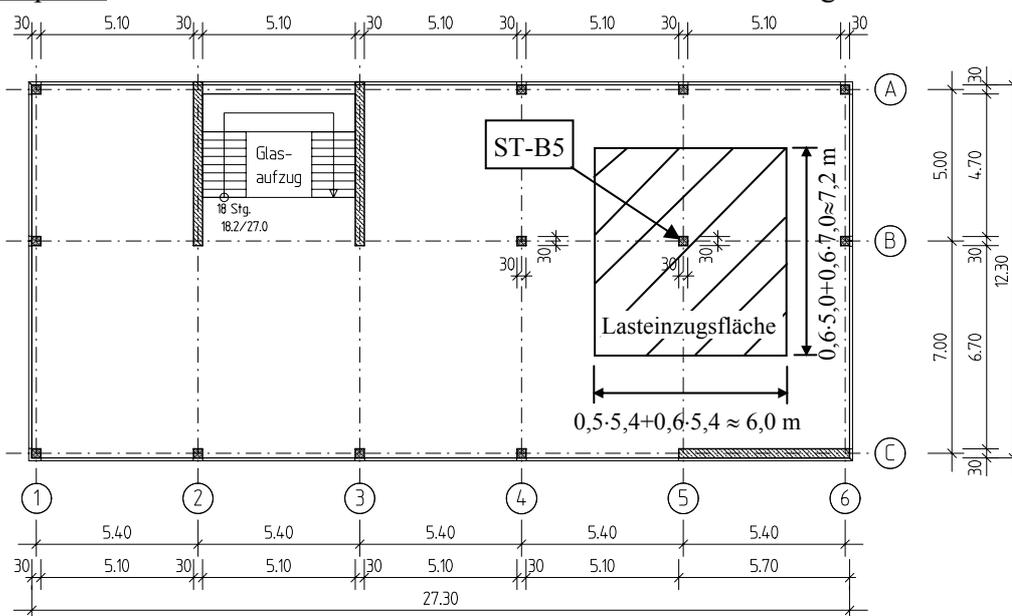


Bild 4: Grundriss einer Flachdecke und Lasteinzugsfläche der Innenstütze ST-B5 [11]

Stützenlast ST-B5 gemäß FEM: $\max. C_{Ed,ST-B5} = 714 \text{ kN}$

Bemessungswert der Einwirkungen auf die Deckenplatte:

$$e_d = 1,35 \cdot 8,5 + 1,5 \cdot 3,0 = 16,0 \text{ kN/m}^2$$

Lasteinzugsfläche gemäß Bild 4: $A_{ST-B5} \approx 43,2 \text{ m}^2$

Stützenlast ST-B5 gemäß Lasteinzugsfläche (siehe Bild3):

$$\max. C_{Ed,ST-B5} = 43,2 \cdot 16,0 = 691,2 \text{ kN}$$

Die ermittelte Stützenlast stimmt gut mit dem Ergebnis der FEM-Berechnung überein, so dass ein Fehler bei der Lasteingabe mit großer Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden kann.

3.3 Ermittlung der Feld- und Stützmente der Platte

Die Schnittgrößen einer FEM-Berechnung lassen sich, mit der Gurtstreifenmethode nach Heft 240 vom DAfStb, Abschnitt 3.3 [12] ausreichend genau überprüfen. Die Flachdecke wird hierbei durch zwei sich kreuzende Scharen von Längs- und Querbalken aufgefasst, die als durchlaufende Balken oder Rahmen behandelt werden. Bei der Berechnung ist jedoch darauf zu achten, dass die abzutragende Last nicht anteilig auf die beiden Richtungen zu verteilen ist. Für die Ermittlung der Schnittgrößen der stellvertretenden Durchlaufträger oder Rahmen ist in jeder Richtung die gesamte Last in feldweiser ungünstiger Stellung vorzusehen. Als Breite der Ersatzdurchlaufträger ist der Achsabstand der Stützenreihe rechtwinklig zur jeweiligen Spannrichtung vorzusehen. Die ermittelten Biegemomente sind anschließend mit den Beiwerten gemäß Bild 5 in Querrichtung zu verteilen.

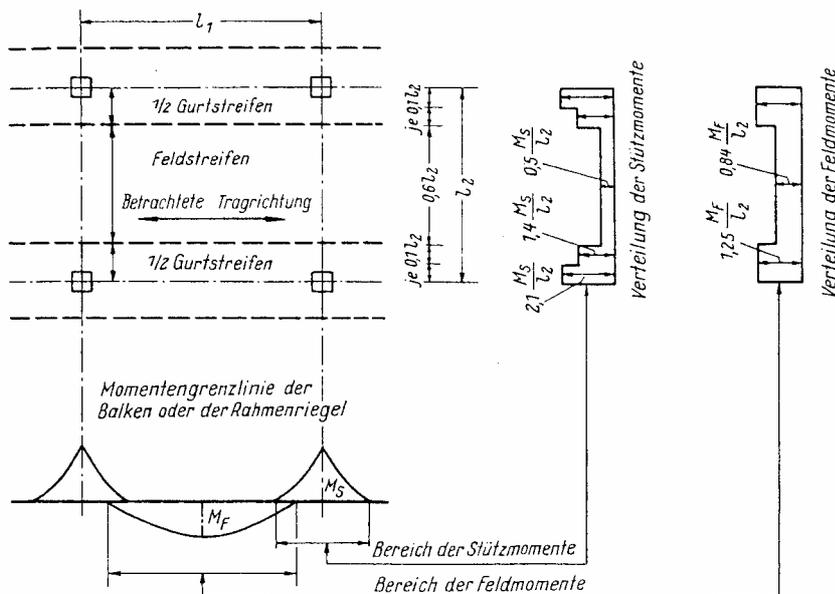


Bild 5: Verteilung der am Ersatzdurchlaufträger ermittelten Stütz- und Feldmomente [12]

In [13] wird für Einzellasten je nach Aufstandsfläche ein Biegemoment von 0,16 bis 0,24 der Einzellast angegeben.

$$m = \eta_M \cdot P = (0,16 \div 0,24) \cdot P$$

Das Berechnungsergebnis ist dimensionsecht, da das Plattenbiegemoment die Dimension $\text{kNm/m} = \text{kN}$ hat.

Die Gurtstreifenmethode liefert ein ähnliches Ergebnis. Betrachtet man z. B. bei einem quadratischen Achsraster das Stützmoment und die Auflagerkraft bei einem Dreifeldträger, so ergeben sich folgende Werte:

$$M_{\text{Ed,S}} = -0,1 \cdot l \cdot e_d \cdot l^2 \quad \text{Stützmoment an der 1. Innenstütze}$$

$$C_{\text{Ed}} = 1,1 \cdot e_d \cdot l^2 \quad \text{Auflagerkraft an der 1. Innenstütze}$$

Gemäß dem Gurtstreifenverfahren (Bild 5) ergibt sich der Verteilungsbeiwert für das Stützmoment zu:

$$v_{\text{SS}} = 2,1$$

Das Stützmoment (pro Meter) berechnet sich zu:

$$m_{\text{Ed,s}} = 2,1 \cdot \frac{M_{\text{Ed,S}}}{l} = -0,21 \cdot e_d \cdot l^2$$

Hieraus ergibt sich ein Verhältniswert zwischen Biegemoment und Auflagerkraft von

$$\eta = \frac{m_{\text{Ed,s}}}{C_{\text{Ed}}} = \frac{0,21}{1,1} \cong 0,2$$

Zahlreiche Untersuchungen an Flachdecken [14] zeigen ebenfalls, dass sich das folgende Plattenbiegemoment am Stützenanschnitt näherungsweise mit

$$m_{\text{Ed,s}} = -0,2 \cdot e_d \cdot l^2$$

berechnen lässt.

Aufgrund den zuvor angeführten Überlegungen lässt sich zur Kontrolle des maximalen Stützmomentes am Stützenanschnitt einer Flachdecke folgender einfache Ansatz formulieren:

$$m_{\text{Ed,s}} \cong -\frac{C_{\text{Ed}}}{5} \quad (9)$$

Beispiel 4: Überprüfung der Schnittgrößen einer Flachdecke (Bild 4)

a) Ergebnisse der FEM-Berechnung:

- Stützmoment am Anschnitt der Innenstütze ST-B5: $m_{\text{Ed,S}} \approx -150 \text{ kNm/m}$
- Feldmoment zwischen Achse B5 – B6: $m_{\text{Ed,F}} \approx 43 \text{ kNm/m}$
- Stützenlast ST-B5 gemäß FEM-Berechnung: $\max. C_{\text{Ed,ST-B5}} = 714 \text{ kN}$

b) Ergebnisse der Vergleichsrechnung

Stützmoment aus Vergleichsrechnung: $m_{\text{Ed,s}} \cong -\frac{714}{5} \cong -143 \text{ kNm/m}$

Maximales Feldmoment zwischen Achse B5 – B6 mit Hilfe der Gurtstreifenmethode (Verteilungsbeiwert gemäß Bild 5 und Hilfwerte für den Dreifeldträger aus den bekannten Tabellenbüchern (z. B. Schneider Bautabellen [18]):

$$m_{\text{Ed,F}} = 1,25 \cdot (0,08 \cdot (1,35 \cdot 8,5) \cdot 5,4^2 + 0,1 \cdot (1,50 \cdot 3,0) \cdot 5,4^2) \approx 50 \text{ kNm/m}$$

Die sehr einfache Vergleichsrechnung stellt eine effektive Methode dar, auch komplexe Berechnungsergebnisse kritisch zu hinterfragen und zu kontrollieren.

4 Näherungsansatz zur Abschätzung der Verformung

Oftmals werden heute komplexe Berechnungen von Plattentragwerken mit Hilfe von FEM-Programmen durchgeführt. Die Programme ermitteln die Durchbiegungen jedoch meist nur für den Zustand I und ohne Berücksichtigung von Langzeitverformungen. In [15] wurde aufbauend auf zahlreiche Vergleichsrechnungen ein Ansatz zur Abschätzung der Verformungen entwickelt. Für die Entwicklung des Ansatzes wurde von folgenden Annahmen ausgegangen:

- Bestimmung der Bauteilverformungen erfolgte im Zustand I und II auf Grundlage eines linearen Zusammenhangs zwischen Spannung und Dehnung
- Kriechzahl : $\varphi_{\infty} = 2,5$
- Schwindverformungen wurden nicht berücksichtigt, da die Verformungen unter seltener Beanspruchung berechnet wurden (Reale Verformungen ergeben sich unter der quasi-ständigen Einwirkungskombination)
- Beton der Festigkeitsklasse C 20/25
- Ermittlung des Rissmomentes unter Ansatz der Biegezugfestigkeit $f_{\text{ct,fl}}$
- Druckbewehrung wurde nicht berücksichtigt

Ausgehend von den oben angegebenen Annahmen kann die Verformung von Stahlbetonbauteilen im Zustand II wie folgt bestimmt werden:

$$a_k^{II} = k_a \cdot a_0^I \quad (10)$$

mit

a_0^I Bauteilverformung im Zustand I zum Zeitpunkt $t = 0$ unter der seltenen Einwirkungskombination

k_a Beiwert zur Berücksichtigung der Verformungsvergrößerung

a_k^{II} Bauteilverformung im Zustand II zum Zeitpunkt $t = \infty$

Der Beiwert zur Berücksichtigung der Erhöhung der Bauteilverformungen k_a kann näherungsweise mit folgender Gleichung bestimmt werden:

$$k_a = \psi \cdot \rho_s^\omega + 0,2 \quad (11)$$

mit

ρ_s Bewehrungsgrad der Zugbewehrung in % ($\rho_s = A_s / (b \cdot h)$)

ψ, ω Beiwerte gemäß Tabelle 3

Tabelle 3: Beiwerte zur Bestimmung von k_a

M/M_{cr}	ψ	ω
$\leq 1,0$ ¹⁾	3,40 ¹⁾	-0,02 ¹⁾
1,20	4,00	-0,24
1,50	4,30	-0,35
2,10	4,70	-0,40
¹⁾ nach [16]		

Hierbei ist:

M Maximalmoment unter Ansatz der seltenen Beanspruchung (q_{rare})

M_{cr} Rissmoment unter Ansatz der Biegezugfestigkeit ($M_{cr} = f_{ct,fl} \cdot W$)

Biegezugfestigkeit gemäß [17]:

$$f_{ct,fl} = \frac{[1 + 1,5 \cdot (h/100)^{0,7}]}{1,5 \cdot (h/100)^{0,7}} \cdot f_{ctm}$$

h Bauteilhöhe in mm

f_{ctm} Betonzugfestigkeit

Im Bild 6 ist der Näherungsansatz unter Verwendung von Gleichung 11 dargestellt.

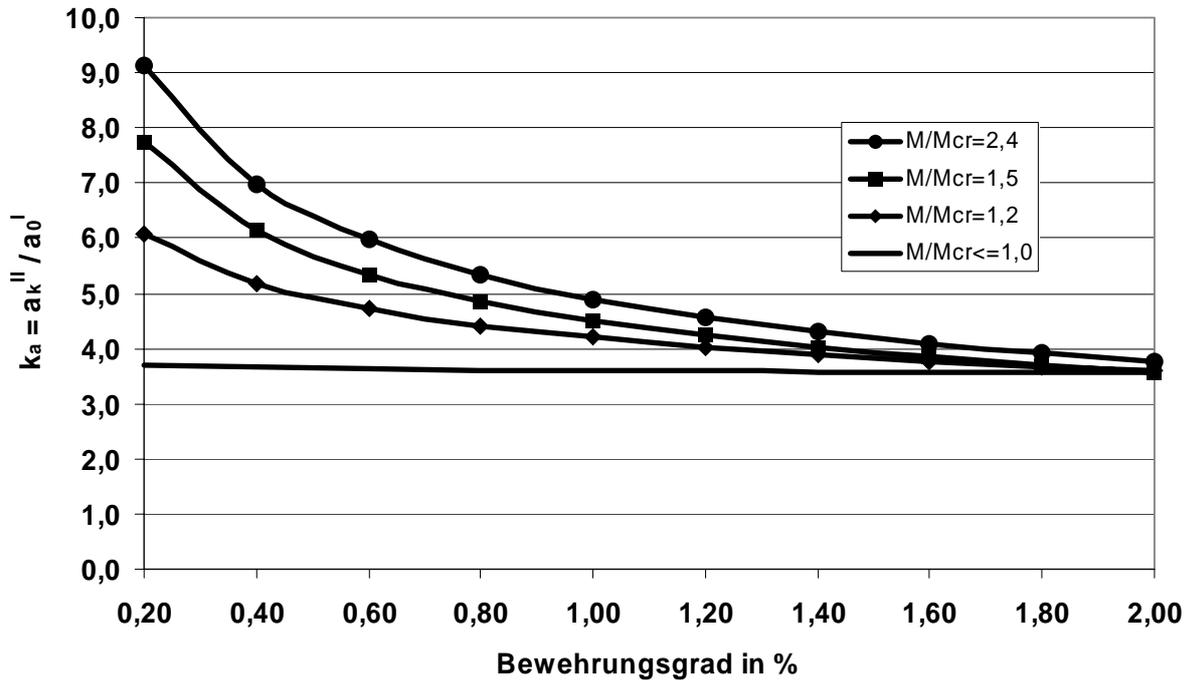


Bild 6: Graphische Darstellung der Gleichung 11

Beispiel 5: Durchbiegung einer einachsrig gespannten Deckenplatte

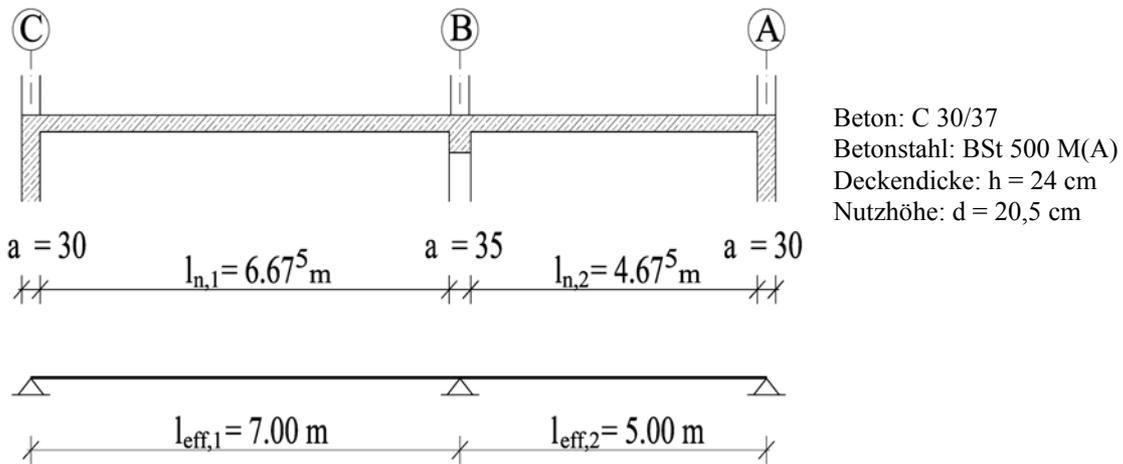


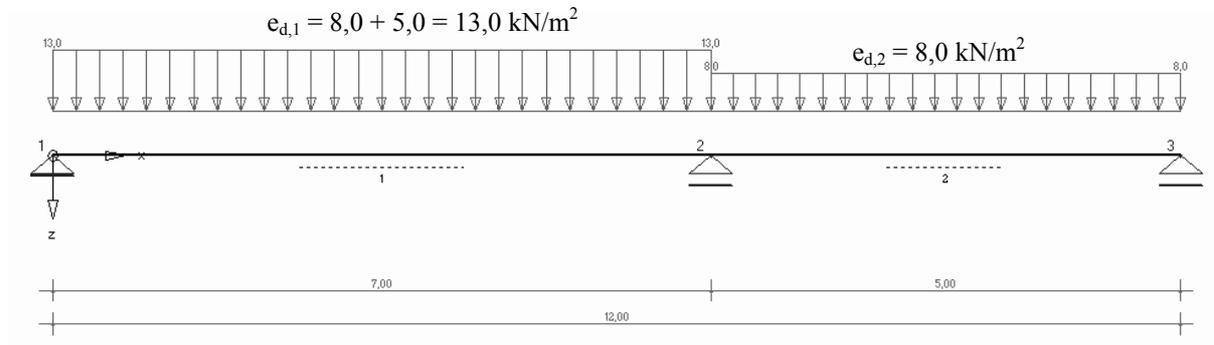
Bild 7: Statisches System, Baustoffe und Abmessungen [11]

Charakteristische Werte der Einwirkungen:

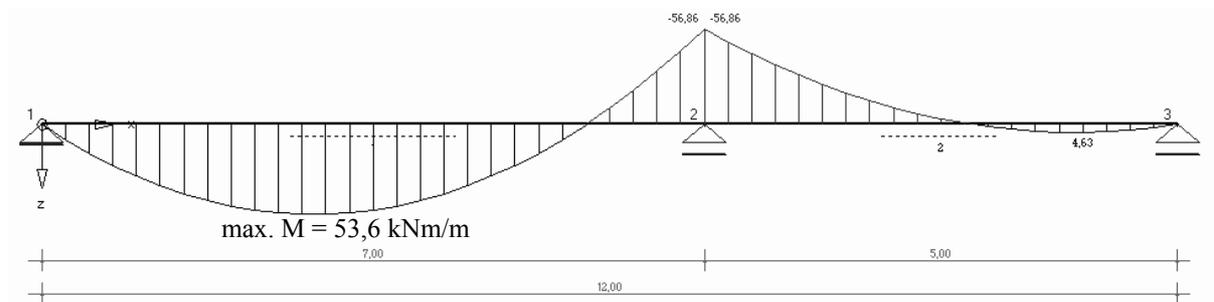
- ständige Last Deckenplatte $g_k = 8,00 \text{ kN/m}^2$
- veränderliche Einwirkung (Verkaufsraum): $q_k = 5,00 \text{ kN/m}^2$

Feldbewehrung im Feld 1 aus Biegebemessung: erf. $a_s = 9,3 \text{ cm}^2/\text{m}$

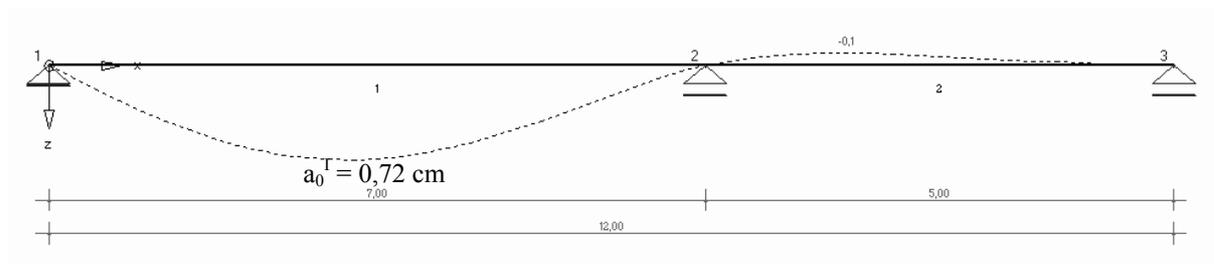
Seltene Einwirkungskombination für die maximale Durchbiegung im Feld 1



Maximalmoment im Feld 1 unter der seltenen Einwirkungskombination



Durchbiegung a_0^I zum Zeitpunkt $t = t_0$ ohne Berücksichtigung der Bewehrung im Zustand I



Rissmoment unter Verwendung der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$

$$f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ct,fl} = \frac{\left[1 + 1,5 \cdot (240/100)^{0,7}\right]}{1,5 \cdot (240/100)^{0,7}} \cdot 2,9 = 3,9 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{cr} = 3,9 \cdot 1,0 \cdot 0,24^2 / 6 \cdot 10^3 = 37,4 \text{ kNm/m}$$

Beiwert k_a gemäß Gleichung 11

$$M / M_{cr} = 53,6 / 37,4 = 1,4$$

$$\rho_s = 100 \cdot 9,3 / (100 \cdot 24) = 0,39 \%$$

$$k_a = 4,2 \cdot 0,39^{-0,31} + 0,2 = 5,8$$

Wahrscheinliche Durchbiegung im Zustand II zur Zeit $t = \infty$

$$a_k^{II} = 5,8 \cdot 0,72 = 4,2 \text{ cm}$$

Eine „genaue“ Berechnung ergab eine maximale Verformung im Feld 1 von ca. 4,5 cm. Somit kann festgestellt werden, dass das Näherungsverfahren eine einfache Abschätzung der wahrscheinlichen Verformungen ermöglicht.

Die wirkliche Durchbiegung der Deckenplatte wird geringer sein, da z. B. die Berechnung ohne Berücksichtigung der Randeinspannung in die Kelleraußenwände erfolgte. Bei einer „genauen“ Durchbiegungsberechnung handelt es sich lediglich um eine Abschätzung, da zahlreiche Parameter sehr starken Schwankungen unterworfen sind. Hierzu zählen z. B. die wirkliche Zugfestigkeit des Betons oder die nicht genaue Berücksichtigung der Lagerungs- und Randbedingungen.

5 Literatur

- [1] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Konstruktion, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 2001
- [2] DIN 1045-2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 2001
- [3] DIN 1045-3: Bauausführung, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 2001
- [4] DIN EN 206-1: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 2001
- [5] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 1988

- [6] DIN 4227 Teil 1: Spannbeton; Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter und voller Vorspannung, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe Juli 1988
- [7] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Ausgabe März 2002
- [8] Loche, K.; Vogel, W.: Hinweise zur Schnittgrößenermittlung nach dem neuen Normenkonzept, Beitrag zum 18. Fortbildungsseminar Tragwerksplanung am 14.09.2004 in Darmstadt
- [9] DIN 1055-3: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN), Oktober 2002
- [10] Quast, U.: Stützenbemessung, Beitrag im Betonkalender 2004, Seiten 377 – 448, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2004
- [11] Minnert, J.: Stahlbeton Projekt nach DIN 1045 neu, Bauwerk Verlag, ISBN 3-89932-051-4, Berlin, Mai 2005
- [12] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken, Heft 240, 3. überarbeitete Auflage, Beuth Verlag, Berlin 1991
- [13] Stiglat, K.; Wippel, H.: Massive Platten, Beitrag im Betonkalender 2000, Seiten 211 – 290, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2000
- [14] Ramm, E.; Müller, J.: Flachdecken und Finite Elemente – Einfluß des Rechenmodells im Stützenbereich, FEM-Tagung, Kaiserslautern 1990
- [15] Krüger, W.; Mertzsch, O.: Verformungsnachweise – Erweiterte Tafeln zur Begrenzung der Biegeschlankheit, Beitrag in Stahlbetonbau aktuell (Seite G.19 – G.38), Praxishandbuch 2003, Bauwerk Verlag GmbH, Berlin 2003
- [16] Wommelsorf, O.: Stahlbetonbau – Bemessung und Konstruktion, Teil 2, 6. Auflage, Werner Verlag 2003
- [17] Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein: Beispiele zur Bemessung nach DIN 1045-1, Band 2: Ingenieurbau, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2003
- [18] Schneider, K. J.: Bautabellen für Ingenieure, 16. Auflage, Werner Verlag, 2004