

Rissbreitenbeschränkung von Stahlbetonbauteilen

Nachweiskonzept in DIN 1045-1

1 Einleitung

In Betontragwerken ist bei einer Zug-, Biege-, Querkraft- oder Torsionsbeanspruchung aus direkten äußeren Einwirkungen (Lasten) oder indirekten Einwirkungen (Zwang) aufgrund der geringen Betonzugfestigkeit eine Rissbildung nahezu unvermeidbar. Aus diesem Grund muss die Rissbreite so begrenzt werden, dass

- die ordnungsgemäße Nutzung des Tragwerks gewährleistet ist,
- die Bewehrung für eine ausreichende Dauerhaftigkeit des Tragwerks geschützt wird und
- deutlich sichtbare Risse vermieden werden (Ästhetik).

In DIN 1045-1 [1] sind die geforderten Mindestanforderungen für Stahlbetonbauteile in Abhängigkeit von der entsprechenden Expositions-kategorie angegeben (Tabelle 1). Werden jedoch höhere Anforderungen an Bauteile gestellt, wie z. B. Wasserundurchlässigkeit, können strengere Begrenzungen erforderlich werden.

Die Rissbreite ist von sehr vielen Einflussparametern abhängig. Die wichtigsten Einflussparameter sind:

- Zugfestigkeit des Betons
- Verbundfestigkeit zwischen Beton und Betonstahl
- Dicke und Qualität der Betondeckung
- Anordnung der Bewehrung im Betonquerschnitt
- Form und Größe des Betonquerschnitts

Besonders die Betonzugfestigkeit und die Verbundfestigkeit sind aufgrund der großen Unterschiede in der Bauausführung (Konstruktion, Bauausführung, Nachbehandlung) sehr großen Streuungen unterworfen. Aus diesem Grund können Rissbreiten nur bedingt im Voraus berechnet werden.

2 Bemessungskonzept und Kombinationsregeln im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Der Bemessungswert der Beanspruchungen E_d darf den Nennwert des Gebrauchstauglichkeitskriteriums C_d nicht überschreiten:

$$E_d \leq C_d \quad (1)$$



Zur Person:

Professor Dr.-Ing. Jens Minnert

1990 - 1994 FH Gießen-Friedberg (Dipl.-Ing.(FH))

1994 - 1995 TH Darmstadt (Dipl.-Ing.)

1995 - 1998 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau unter Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e.h. Gert König (TH Darmstadt und Uni Leipzig)

1999 Promotion an der Universität Leipzig zum Thema „Tragverhalten von stumpf gestoßenen Fertigteilstützen aus HSC“

1998 - 1999 Bauleiter einer Baufirma in Frankfurt

1999 - 2002 Projektleiter in einem Prüfbüro in Darmstadt

seit 2002 Professor für Stahlbetonbau, Spannbetonbau und Baustatik an der Fachhochschule Gießen-Friedberg

- Mitglied im Deutschen Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb)
- Forschungsschwerpunkte: Hochleistungswerkstoffe, Hybride Konstruktionen, Nichtlineare Tragwerksanalyse von Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen

Expositions-kategorie	Mindestanforderungs-kategorie	Einwirkungskombination für den Nachweis der Rissbreitenbeschränkung	Rechenwert der Rissbreite wk [mm]
XC 2, XC 3, XC 4 XD 1, XD 2, XD 3 XS 1, XS 2, XS 3	E	quasi-ständig	0,3
XC 1	F	quasi-ständig	0,4

Tabelle 1: Mindestanforderungsklassen und maximal zulässige Rissbreite für Stahlbetonbauteile

Hierbei ist:

E_d eine durch Einwirkungen verursachte Größe (z. B. Durchbiegung, Rissbreite)

C_d ein festgelegter Grenzwert (z. B. zulässige Durchbiegung, zulässige Rissbreite)

Die charakteristischen Werte der Einwirkungen sind im Allgemeinen der neuen Normenreihe DIN 1055 (Teile 1-10) zu entnehmen. Die im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit auftretenden Einwirkungen haben erheblichen Einfluss auf die Bemessung von Stahlbetonbauteilen. Daher wird in der neuen Normengeneration der unterschiedlichen Auftretenswahrscheinlichkeit der veränderlichen Einwirkungen (Verkehrslasten) und deren Kombination durch die Bildung von Einwirkungskombinationen Rechnung getragen. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist für Stahlbetonbauteile folgende Einwirkungskombination zu beachten (siehe Tabelle 1):

Quasi-ständige Kombination

$$E_{d,perm} = E \left\{ \sum G_{k,j} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \right\} \quad (2)$$

Die Kombinationsbeiwerte ψ sind in DIN 1055-100 [2] geregelt.

3 Mindestbewehrung (DIN 1045-1, 11.2.2)

Für alle Stahlbetonbauteile, die durch Zugspannungen infolge Zwangseinwirkung (innerer oder äußerer Zwang) beansprucht werden, ist eine ausreichende Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten einzulegen. Die Mindestbewehrung ist hierbei mit Rücksicht auf die Anforderungen an die Rissbreitenbegrenzung für die Schnittgrößenkombination zu bemessen, die im Bauteil zur Erstrissbildung führt.

$$A_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad (3)$$

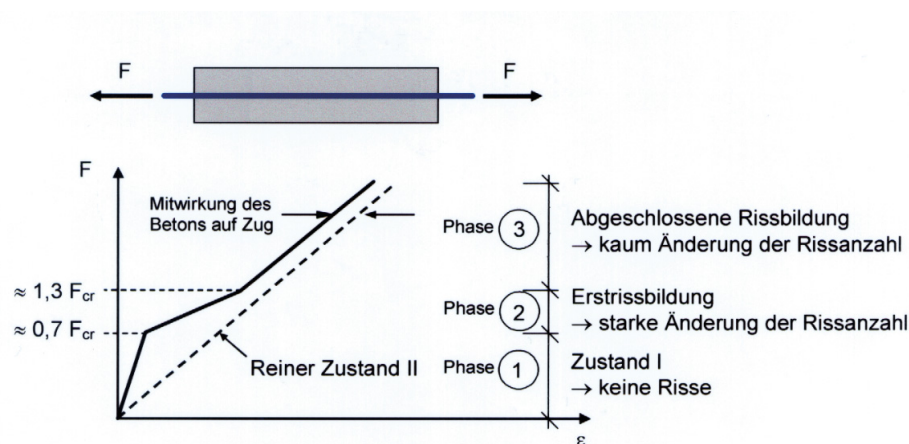


Bild 1: Rissbildung in einem Zugstab

A_{ct} Fläche der Betonzugzone im Querschnitt oder Teilquerschnitt.

$f_{ct,eff}$ Wirksame Zugfestigkeit des Betons zum betrachteten Zeitpunkt

σ_s Zulässige Spannung in der Betonstahlbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite ($\sigma_s \leq 500$ N/mm²)

k_c Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung in der Zugzone sowie der Änderung des inneren Hebelarms beim Übergang zum Zustand II ($k_c = 1,0$ bei reinem Zug, $k_c = 0,4$ bei reiner Biegung)

k Faktor zur Berücksichtigung einer nichtlinearen Spannungsverteilung

4 Berechnung der Rissbreite (DIN 1045-1, 11.2.4)

4.1 Allgemeines

Die rechnerische Ermittlung der Rissbreite unter Last- und Zwangbeanspruchung erfolgt in DIN 1045-1 nach einem Vorschlag von König / Tue [3]. Dieses Berechnungsverfahren

basiert auf rein mechanischen Zusammenhängen und kann sowohl für **Stahlbeton-** als auch für **Spannbetonbauteile** angewendet werden. Im Folgenden wird das Berechnungsverfahren für Stahlbetonbauteile erläutert.

Bei der Berechnung der Rissbreite muss grundsätzlich zwischen dem Zustand der **Einzelrissbildung** und dem Zustand der **abgeschlossenen Rissbildung** unterschieden werden. Wie im Bild 1 zu erkennen ist, durchläuft ein Zugstab bei Laststeigerung drei Phasen.

Phase 1 (Zustand I):

Die Betonspannungen liegen an jeder Stelle des Bauteils unterhalb der Betonzugfestigkeit. Die Steifigkeit des Bauteils ist nicht abhängig von der Belastungshöhe und kann durch den ideellen Querschnitt bestimmt werden. Es treten keine Dehnungsunterschiede zwischen Stahl und Beton auf.

Phase 2 (Einzelrissbildung):

Wird an einer Stelle des Bauteils die Betonzugfestigkeit überschritten, entsteht der erste Riss. Aus Gleichgewichtsgründen müssen sich dadurch die Spannungen im Stahl an dieser

Großes Interesse an Seminarreihe

Einführung in die DIN 1045-1 und die DIN 1055-100

Mit großer Resonanz fanden von Juni bis Oktober 2003 bundesweit 16 Veranstaltungen zur Einführung in die DIN 1045-1 und die DIN 1055-100 statt: Mehr als 600 Teilnehmer machten sich dabei mit den Regelungen der neuen DIN vertraut. Wegen des großen Interesses an der Thematik waren einige Veranstaltungen ausgebucht, sodass Ersatztermine angeboten wurden.

Mit Prof. Dr.-Ing. Helmut Geistefeldt (FH Bielefeld), Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg) und Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart) konnten namhafte Experten der neuen DIN als Referenten für die Veranstaltungen gewonnen werden.

Zu Beginn der Veranstaltung erhielten die Teilnehmer einen Überblick über die wesentlichen Neuerungen der DIN 1045-1. Dabei wurden das Sicherheitskonzept, die maßgebenden Größen zur Dauerhaftigkeit und die Baustoffe ausführlich erläutert.

Im Mittelpunkt der Veranstaltung standen die Berechnungs- und Nachweisverfahren für die Biege- und Querkraftbemessung von Balken und Platten, für die Bemessung von schlanken Druckgliedern sowie für das Durchstanzen.

Anhand der aktuellen Programmsysteme BauStatik und MicroFe wurden der praxisorientierte Umgang mit der neuen Norm bei der Anwendung von Tragwerksplanungssoftware und die Vorteile des aktuellen Ing+ Systems aufgezeigt. Die Teilnehmer würdigten insbesondere die „richtige Mischung von Theorie und prakti-



schen Hinweisen“ während der ganztägigen Veranstaltung.

Um der weiterhin großen Nachfrage nachzukommen, bieten die First AEC GmbH in und die mb AEC Software GmbH folgende weitere Einführungsseminare zur neuen DIN 1045-1 an:

Neue Termine Dezember 2003 bis Februar 2004

05. Dezember 2003	Hameln	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
09. Dezember 2003	Berlin	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
12. Dezember 2003	Hamburg	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
15. Januar 2004	München	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)
21. Januar 2004	Kaiserslautern	Referent: Prof. Dr.-Ing. Peter Steidle (FH Stuttgart)
27. Januar 2004	Berlin	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)
06. Februar 2004	Münster	Referent: Prof. Dr.-Ing. Helmut Geistefeldt (FH Bielefeld)
11. Februar 2004	Köln	Referent: Prof. Dr.-Ing. Helmut Geistefeldt (FH Bielefeld)
27. Februar 2004	Frankfurt/Main	Referent: Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert (FH Gießen-Friedberg)

Weitere Informationen und Anmeldungen über

First AEC Software & Consulting für Architekten und Ingenieure GmbH, Hermannstraße 1, 31785 Hameln, Telefon: 0 51 51 / 9 00-0, Fax: 0 51 51 / 9 00-1 90, Internet: www.firstaec.de/news/seminar_din1045_1.htm, E-Mail: info@firstaec.de

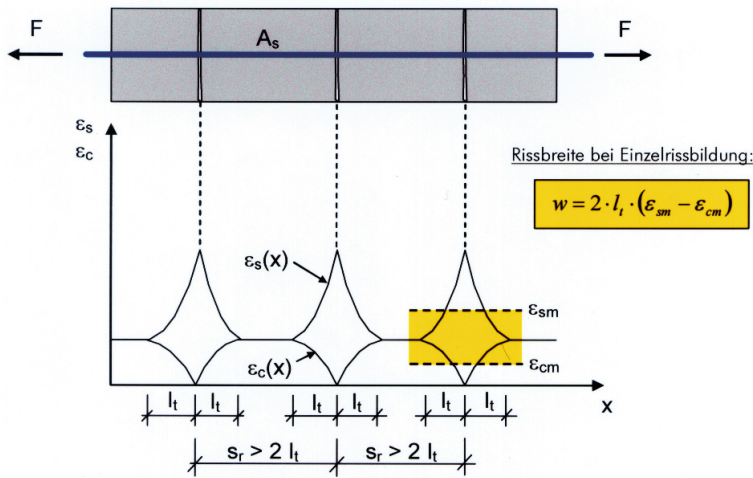


Bild 2: Phase der Einzelrissbildung

Stelle erhöhen, während die Betonspannungen an den Rissufern auf Null zurückgehen (Bild 2).

Die Einleitungslänge der frei werdenden Betonspannung in den Stahl wird als Eintragungslänge l_t definiert. Die Dehnungsunterschiede zwischen dem Beton und dem Stahl in Bereich der Eintragungslänge werden im Allgemeinen als Schlupf bezeichnet. Die Einleitungslänge kann aufgrund der Bedingung gleicher Beton- und Stahldehnungen am Ende der Eintragungslänge bestimmt werden. Aus den auftretenden Dehnungsunterschieden im Bereich der zweifachen Eintragungslänge beidseitig des Ris-

ses ergibt sich die im Bild 2 angegebene Rissbreite.

Wird die Last am Zugstab weiter gesteigert, so nimmt die Rissanzahl zu. Der Bereich zwischen den einzelnen Rissen verbleibt zunächst im Zustand I. Durch die fortschreitende Rissbildung wird die Zwangseinwirkung reduziert.

Phase 3 (Abgeschlossene Rissbildung):

Die Anzahl der Risse verändert sich ab einem bestimmten Lastniveau nur noch sehr gering. Das Rissbild ist somit näherungsweise abgeschlossen (Bild 3).

An keiner Stelle des Zugstabes wird noch die Zugfestigkeit des Betons erreicht, sodass eine weitere Lastzunahme zu keinen neuen Rissen führt, sondern nur noch zu einer Verbreiterung der vorhandenen Risse. Der Abstand zwischen zwei Rissen ist so gering, dass kein ungestörter Bereich mehr vorhanden ist. Im Fall der abgeschlossenen Rissbildung sind entlang des gesamten Zugstabes Dehnungsunterschiede zwischen Stahl und Beton vorhanden. Beim abgeschlossenen Rissbild kann die Eintragungslänge nicht mehr mit Hilfe der Verträglichkeitsbedingungen ermittelt werden.

In DIN 1045-1 wird formell **nicht** zwischen dem Zustand der Erstrissbildung und der abgeschlossenen Rissbildung unterschieden. Durch einschränkende Bedingungen werden jedoch die unterschiedlichen Phasen berücksichtigt.

4.2 Berechnungsverfahren nach DIN 1045-1

Nach DIN 1045-1, 11.2.4 darf die Begrenzung der Rissbreite durch eine direkte Berechnung nachgewiesen werden. Für den **Rechenwert der Rissbreite** gilt:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (4)$$

Hierbei ist:

- w_k Rechenwert der Rissbreite
- $s_{r,max}$ maximaler Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild
- ϵ_{sm} mittlere Dehnung der Bewehrung unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen
- ϵ_{cm} mittlere Dehnung des Betons

Der maximale Rissabstand kann wie folgt ermittelt werden:

$$s_{r,max} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \text{eff } \rho} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad (5)$$

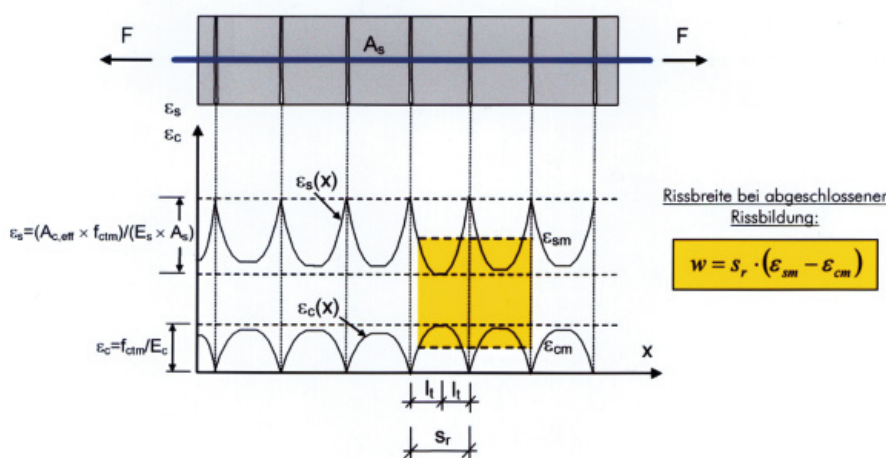


Bild 3: Phase der abgeschlossenen Rissbildung

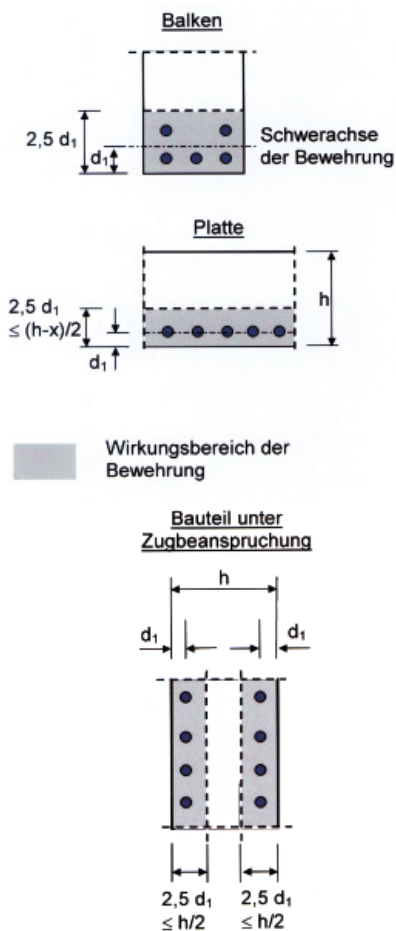


Bild 4: Wirkungsbereich der Bewehrung

Dabei ist:

d_s Stabdurchmesser des Betonstahls

$\text{eff } \rho = \frac{A_s}{A_{c,\text{eff}}}$ effektiver Bewehrungsgrad

σ_s Stahlspannung im Riss

$A_{c,\text{eff}}$ Wirkungsbereich der Bewehrung nach Bild 4

Die Differenz der mittleren Dehnungen von Beton und Betonstahl darf nach DIN 1045-1 wie folgt ermittelt werden:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,\text{eff}}}{\text{eff } \rho} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho)}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (6)$$

Mit:

α_e Verhältnis der Elastizitätsmodule: $\alpha_e = E_s / E_{cm}$

Sind Bauteile nur durch inneren Zwang (im Bauteil selbst hervorgerufener Zwang) beansprucht, darf der Dehnungsunterschied ($\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$) mit $\sigma_s = \sigma_{sr}$ ermittelt werden. Dabei ist σ_{sr} diejenige Spannung in der Zugbewehrung, die im gerissenen Querschnitt berechnet wird und zur Erstrissbildung führt.

Wenn die Rissbreiten für Beanspruchungen berechnet werden, bei denen die Zugspannungen aus einer Kombination von Zwang und Lasten herrühren, dürfen die Gleichungen ebenfalls verwendet werden. Jedoch sollte die Dehnung infolge Belastung, die auf Grundlage des Zustandes II berechnet wurde, um den Wert infolge Zwang erhöht werden. Bei einer resultierenden Zwangdehnung von $\leq 0,8 \text{ ‰}$ darf nach DIN 1045-1, 11.2.4 (7) die Rissbreite für den größeren Wert der Spannung aus Zwang oder Last ermittelt werden.

5 Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung (Vereinfachter Nachweis nach DIN 1045-1, 11.2.3)

5.1 Allgemeines

Die im Abschnitt 4.2 angegebenen allgemeinen Formeln zur Berechnung der Rissbreite können durch vereinfachende Annahmen auf ein einfaches Nachweiskonzept zurückgeführt werden. Hierbei werden die Rissbreiten auf ein zulässiges Maß begrenzt, indem in Abhängigkeit von der Stahlspannung die folgenden Konstruktionsregeln für die Wahl und die Anordnung der erforderlichen Bewehrung eingehalten werden:

- Bei einer Rissbildung infolge überwiegend indirekter Einwirkungen (Zwang) durch die Einhaltung der Grenzdurchmesser nach Bild 5
- Bei Rissen infolge überwiegend direkter Einwirkungen (Lastbeanspruchung) entweder durch Einhaltung der **Grenzdurchmesser** nach Bild 5 oder der **Stababstände** nach Bild 6

5.2 Grenzdurchmesser

Die entsprechenden Zusammenhänge zwischen Stabdurchmesser, Riss-

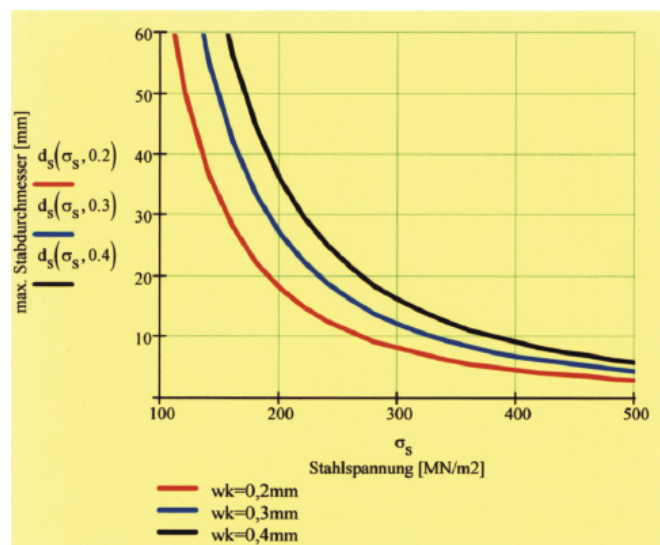


Bild 5: Grenzdurchmesser d_s^* bei Betonstählen nach Gleichung 8

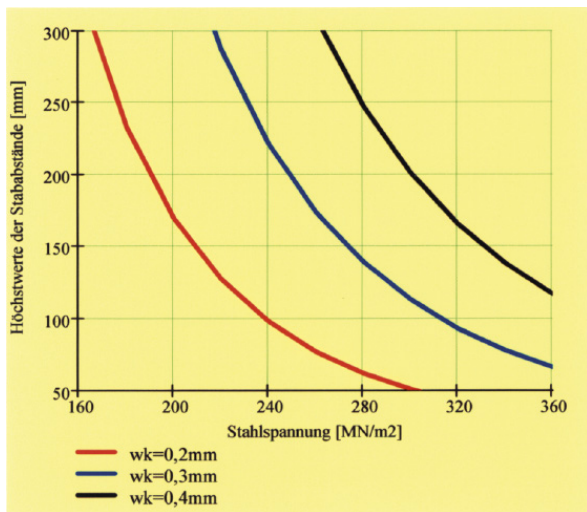


Bild 6: Höchstwerte der Stababstände nach Gleichung 12

breite, Stahlspannung und Bewehrungsgrad ergeben sich aus der Bestimmungsgleichung zur Begrenzung der Rissbreite für die abgeschlossene Rissbildung zu:

$$d_s = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot \text{eff } \rho}{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff } \rho} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \text{eff } \rho)} \quad (7)$$

Durch Berücksichtigung des minimal möglichen Bewehrungsgrades zur Aufnahme der Risschnittgröße $\text{eff } \rho = f_{ct,eff} / \sigma_s$ (Mindestbewehrungsgrad) kann in Abhängigkeit von der Rissbreite und der Stahlspannung der **zulässige Stabdurchmesser** angegeben werden.

$$d_s = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot f_{ct,eff}}{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,eff} / \sigma_s}} = 6 \cdot w_k \cdot E_s \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s^2} \quad (8)$$

Die Grenzdurchmesser im Bild 5 basieren auf dem Ansatz einer wirksamen Betonzugfestigkeit von $f_{ct,0} = 3 \text{ MN/m}^2$. Bei Anwendung der Tabelle muss deshalb eine Modifizierung der Stabdurchmesser mit den folgenden Gleichungen vorgenommen werden, wenn die Betonzugfestigkeit zum Zeitpunkt der Rissbildung kleiner als $f_{ct,0}$ ist. Für höhere Betonzugfestigkeiten liegen die Werte im Bild 5 auf der sicheren Seite.

Modifizierung der Grenzdurchmesser bei **Lastbeanspruchung**:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad (9)$$

Modifizierung der Grenzdurchmesser bei **Zwangbeanspruchung**:

$$d_s = d_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_t}{4 \cdot (h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \geq d_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}} \quad (10)$$

h_t Höhe der Zugzone für die betrachtete Stahllage im Querschnitt vor Beginn der Rissbildung

5.3 Grenzabstände

Alternativ kann der Rissbreitenachweis bei **überwiegender Lastbeanspruchung** durch Einhaltung der Stababstände nach Bild 6 geführt werden. Ausgehend vom abgeschlossenen Rissbild kann für die Bestimmungsgleichung zur Begrenzung der Rissbreite der effektive Bewehrungsgrad $\text{eff } \rho$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\text{eff } \rho = \frac{a_s}{h_{\text{eff}}} \quad \text{mit:} \quad a_s = \frac{\pi \cdot d_s^2}{4 \cdot s} \quad (11)$$

Die Bestimmungsgleichung für den zulässigen Stababstand folgt daraus zu:

$$s = \frac{3,6 \cdot \pi \cdot f_{ct,eff} \cdot w_k^2 \cdot E_s^2}{d_1 \cdot \sigma_s^3} \quad (12)$$

Die Werte im Bild 6 wurden für eine einlagige Bewehrung mit $d_1 = 4 \text{ cm}$ ermittelt. Bei einer mehrlagigen Bewehrung werden zu große Stababstände unter Verwendung von Bild 6 ermittelt. Bei solchen Bauteilen sollte der Nachweis zur Beschränkung der Rissbreite durch die Einhaltung der zulässigen Grenzwerte nach Bild 5 geführt werden [4].

Literatur

- [1] Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN): DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Bemessung und Konstruktion, Ausgabe Juli 2001
- [2] Deutsches Institut für Normung e. V. (DIN): DIN 1055-100 Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Ausgabe März 2001
- [3] König, G., Tue, N. V.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 466, Beuth-Verlag, Berlin, 1996
- [4] Tue, N. V., Pierson, R.: Ermittlung der Rissbreite und Nachweis konzept nach DIN 1045-1, Beton- und Stahlbetonbau 96, S. 365 – 372, 2001

Prof. Dr.-Ing. Jens Minnert
 Fachhochschule Gießen-Friedberg
 jens.minnert@bau.fh-giessen.de